Министерство образования и науки РТ
ГАПОУ «Казанский радиомеханический колледж

Рассмотрено
на заседании ПЦК _____________
Протокол № 1 от « 2 » сентября 2022 г.
Председатель ПЦК __________

Утверждаю
Зам. директора по УР
__________ Н.А. Коклюгина
« 2 » __________ 2022 г.

Комплект
контрольно-оценочных средств
по учебной дисциплине

ЕН 02 «Теория вероятностей и математическая статистика»
код и наименование

основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по ППССЗ/ППКРС

09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы»
код и наименование

базовой
подготовки
базовой или углубленной (выбрать для ППССЗ)

Казань, 2022

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по ППССЗ 09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы» программы учебной дисциплины ЕН 02 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Разработчики:

ГАПОУ КРМК

____________________	__преподаватель__	_____Садыкова Р.З.
(место работы)	(занимаемая должность)	(инициалы, фамилия)

РАССМОТРЕНО
Предметной цикловой комиссией
Протокол № ____ от « ___» _____ 20 ___ г.
Председатель ПЦК ____________________

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.02 «Теория вероятностей и математическая статистика» обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по ППССЗ по программе подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.01 «Компьютерные системы и комплексы» (базовой подготовки) следующими знаниями:

В результате освоения дисциплины студент должен **уметь:**

У1 - вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики;

У2 - использовать методы математической статистики.

В результате освоения дисциплины студент должен **знать:**

З1 - основы теории вероятностей и математической статистики;

З2 - основные понятия теории графов.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен освоить соответствующие профессиональные/общие компетенции (ОК/ПК):

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбрать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных) результат выполнения заданий.
ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологии в профессиональной деятельности.
ПК 1.2. Разрабатывать схемы цифровых устройств на основе интегральных схем разной степени интеграции.
ПК 1.4. Проводить измерения параметров проектируемых устройств и определять показатели надежности.
ПК 2.2. Производить тестирование, определение параметров и отладку микропроцессорных систем.

Паспорт
фонда оценочных средств
по дисциплине ЕН 02 «Теория вероятностей и математическая статистика»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	*Раздел 1*	*ОК2,ОК4,ОК5,ОК8*	*Контрольная работа №1*

	Теория вероятностей		
2	*Раздел 2* *Математическая статистика*	*ОК2,ОК4,ОК5,ОК8*	*Контрольная работа №2*
3	*Раздел 3* *Основные понятия теории графов*	*ОК2,ОК4,ОК5,ОК8*	*Контрольная работа №3*

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции *(желательно сгруппировать и проверять комплексно, сгруппировать умения и общие компетенции*)	Показатели оценки результата *Следует сформулировать показатели раскрывается содержание работы*	Форма контроля и оценивания *Заполняется в соответствии с разделом 4 УД*
Уметь:		
У1. Вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики; *ОК2,ОК4,ОК5,ОК8*	* Умение применять стандартные методы к решению вероятностных и статистических задач	домашние работы, контрольная работа, выполнение заданий экзаменационной работы
У2. Использовать методы математической статистики; *ОК2,ОК4,ОК5,ОК8*	* Умение пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач * Умение применять современные пакеты прикладных программ статистического анализа	домашние работы, контрольные работы, выполнение заданий экзаменационной работы
Знать:		
З1 - основы теории вероятностей и математической статистики	* Знание основных понятий комбинаторики	домашние работы, контрольные работы, выполнение заданий экзаменационной работы
З2. - Основные понятия теории графов	* Знание геометрических представлений графов	домашние работы, контрольная работа, выполнение заданий экзаменационной работы

3. Оценка освоения учебной дисциплины

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине *математика*, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Таблица 2

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З	Форма контроля	Проверяемые ОК, У, З
			Контрольная работа №1	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 8*	*Экзамен*	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 8*
Раздел 1 Теория вероятностей	*Устный опрос Практическая работа №1, №2, №3, №4, 5 Самостоятельная работа*	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 8*				
Раздел 2 Математическая статистика	*Устный опрос Практическая работа №6,7 Самостоятельная работа*	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 87*	*Контрольная работа №2*			
Раздел 3 Основные понятия теории графов	*Устный опрос Практическая работа №8, 9, 10, 11 Самостоятельная работа*	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 87*	*Контрольная работа №3*	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 8*	Экзамен	*У1, У2, У3, З 1, З2, ОК 2, ОК 4 ОК 5, ОК 8*

3.2 Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

3.2.1 Типовые задания для оценки знаний З1, З2, умений У1, У2, У3 (текущий контроль)

а) Перечень вопросов для устного опроса
Раздел 1

Тема 1.1. Классификация событий

ТЗ.1.

Какие виды событий известны?

ТЗ.2.

Какое событие называется достоверным?

ТЗ.3.

Какое событие называется невозможным?

ТЗ.4.

Какое событие называется случайным?

ТЗ.5.

Что изучает теория вероятностей?

ТЗ.6.

Что называют испытанием?

ТЗ.7.

Какие события называются несовместными?

ТЗ.8.

Какие события называются совместными?

ТЗ.9.

Что называют полной группой событий?

ТЗ.10.

Какие события называются равновозможными?

ТЗ.11.

Что называют элементарным исходом(событием)?

ТЗ.12.

Что такое благоприятствующие исходы?

ТЗ.13.

Что называют вероятностью события?

ТЗ.14.

Чему равна вероятность достоверного события?

ТЗ.15.

Чему равна вероятность невозможного события?

ТЗ.16.

Чему равна вероятность случайного события?

ТЗ.17.

Что такое факториал?

ТЗ.18.

Какие комбинации называют перестановками?

ТЗ.19.

Какие комбинации называют размещениями?

ТЗ.20.

Какие комбинации называют сочетаниями?

ТЗ.21.

Что называют относительной частотой события?

ТЗ.22.

Что подразумевают под геометрической вероятностью?

Тема 1.2. Основные теоремы

ТЗ.23.

В чем заключается теорема сложения вероятностей?

ТЗ.24.

Что называют суммой событий?

ТЗ.25.

Каково следствие из теоремы сложения вероятностей?

ТЗ.26.

В чем заключается теорема о полной группе событий?

ТЗ.27.

Какие события называются противоположными?

ТЗ.28.

Расскажите теорему «противоположных событий»

ТЗ.29.

Что называют произведением событий?

ТЗ.30.

Какая вероятность называется условной?

ТЗ.31.

Расскажите теорему умножения вероятностей.

ТЗ.32.

Какие события называются независимыми?

ТЗ.33.

Какие события называются попарно независимыми?

ТЗ.34.

Расскажите следствие из теоремы умножения вероятностей.

ТЗ.35.

Расскажите теорему совместных событий?

ТЗ.36.

Сформулируйте теорему о «формуле полной вероятности» ?

ТЗ.37.

Что называют гипотезой?

ТЗ.38.

Какие формулы называются Формулами Байеса?

Тема 1.3. Повторные независимые испытания

Контрольные вопросы для устного опроса:

ТЗ.39.

Какие события называются независимыми относительно определенного события?

ТЗ.40.

Какое событие называется сложным?

ТЗ.41.

Какую формулу называют «формулой Бернулли?

ТЗ.42.

Сформулируйте локальную теорему Лапласса.

ТЗ.43.

Сформулируйте интегральную теорему Лапласса.

ТЗ.44.

Что называют функцией Лапласса?

Раздел 2 Математическая статистика

ТЗ.45.

Какую величину называют случайной?

ТЗ.46.

Какую величину называют дискретной?

ТЗ.47.

Какую величину называют непрерывной?

ТЗ.48.

Что подразумевают под законом распределения дискретной случайной величины?

ТЗ.49.

Какое распределение называют Биноминальным?

ТЗ.50.

Какое распределение называют распределением Пуассона?

ТЗ.51.

Что называют потоком событий?

ТЗ.52.

Что такое «свойство стационарности» ?

ТЗ.53.

Что такое «Свойство отсутствия последействия» ?

ТЗ.54.

Что такое «Свойство ординарности» ?

ТЗ.55.

Какой поток называют пуассоновским?

ТЗ.56.

Что называют интенсивностью потока?

ТЗ.57.

Какое распределение называется геометрическим?

ТЗ.58.

Какое распределение называется гипергеометрическим?

ТЗ.59.

Что называют числовыми характеристиками дискретной случайной величины?

ТЗ.60.

Что называют математическим ожиданием дискретной случайной величины?

ТЗ.61.

В чем заключается вероятностный смысл математического ожидания?

ТЗ.62.

Перечислите свойства математического ожидания.

ТЗ.63.

Чему равно математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях?

ТЗ.64.

Что называют отклонением случайной величины?

ТЗ.65.

Сформулируйте теорему об математическом ожидании отклонения случайной величины.

ТЗ.66.

Что называют дисперсией (рассеянием) случайной величины?

ТЗ.67.

Сформулируйте теорему о дисперсии.

ТЗ.68.

Перечислите свойства дисперсии.

ТЗ.69.

Сформулируйте следствия из свойств дисперсии.

ТЗ.70.

Сформулируйте теорему об дисперсии числа появлений события независимых испытаний.

ТЗ.71.

Что называют средним квадратическим отклонением случайной величины?

ТЗ.72.

Сформулируйте теорему об среднем квадратическом отклонении суммы взаимно независимых случайных величин.

ТЗ.73.

Расскажите об одинаково распределенных взаимно независимых случайных величинах.

ТЗ.74.

Что называют начальным моментом случайной величины?

ТЗ.75.

Что называют центральным моментом случайной величины?

ТЗ.76.

Что называют функцией распределения случайной величины?

ТЗ.77.

Дайте определение непрерывной функции на основе функции распределения?

ТЗ.78.

Перечислите свойства функции распределения.

ТЗ.79.

Что называют плотностью распределения функции распределения?

ТЗ.80.

Перечислите свойства плотности распределения?

ТЗ.81.

В чем заключается вероятностный смысл плотности распределения?

ТЗ.82.

Расскажите закон равномерного распределения вероятностей.

ТЗ.83.

Какую величину называют математическим ожиданием непрерывной случайной величины?

ТЗ.84.

Что называют дисперсией непрерывной случайной величины?

ТЗ.85.

Что называют средним квадратическим отклонением непрерывной случайной величины?

ТЗ.86.

Какое распределение называют нормальным?

ТЗ.87.

Опишите математические характеристики нормального распределения?

ТЗ.88.

Что такое нормальная кривая?

ТЗ.89.

Что такое нормированная кривая?

ТЗ.90.

Сформулируйте правило трёх сигм.

ТЗ.91.

Сформулируйте центральную предельную теорему.

ТЗ.92.

Что такое эмпирическое распределение?

ТЗ.93.

Что такое теоретическое распределение?

ТЗ.94.

Что такое асимметрия теоретического распределения?

ТЗ.95.

Что называют эксцессом теоретического распределения?

ТЗ.96.

Расскажите о функции одного случайного аргумента и ее распределение.

ТЗ.97.

Что называют функцией двух случайных аргументов?

ТЗ.98.

Что такое композиция?

ТЗ.99.

Какой закон распределения называют устойчивым?

ТЗ.100.

Опишите распределение «хи-квадрат».

ТЗ.101.

Опишите распределение Стьюдента.

ТЗ.102.

Опишите распределение Фишера-Снедекора.

Контрольные вопросы для устного опроса:

ТЗ.103.

Что изучает математическая статистика?

ТЗ.104.

Каковы способы представления данных в математической статистике?

ТЗ.105.

Что такое генеральная совокупность?

ТЗ.106.

Что такое выборочная совокупность?

ТЗ.107.

Каковы объемы генеральной и выборочной совокупности?

ТЗ.108.

Что такое вариационный и интервальные ряды распределения?

ТЗ.109.

Что такое статистическое распределение?

ТЗ.110.

Что такое полигон и гистограмма?

ТЗ.111.

Каковы основные характеристики вариационного ряда?

ТЗ.112.

Что называют объемом совокупности?

ТЗ.113.

Какая выборка называется повторной?

ТЗ.114.

Какую выборку называют бесповторной?

ТЗ.115.

Перечислите способы отбора.

ТЗ.116.

Сформулируйте статистические оценки параметров распределения.

ТЗ.117.

Какую оценку называют несмещенной?

ТЗ.118.

Какую оценку называют смещенной?

ТЗ.119.

Какую оценку называют эффективной?

ТЗ.120.

Какую оценку называют состоятельной?

ТЗ.121.

Что такое генеральная средняя?

ТЗ.122.

Что такое выборочная средняя?

ТЗ.123.

Что такое групповая средняя?

ТЗ.124.

Что такое общая средняя?

ТЗ.125.

Опишите отклонение от общей средней и его свойства.

ТЗ.126.

Что такое генеральная дисперсия?

ТЗ.127.

Что такое выборочная дисперсия?

ТЗ.128.

Что такое выборочное среднее квадратическое отклонение?

ТЗ.129.

Какова формула вычисления дисперсии?

ТЗ.130.

Что такое групповая дисперсия?

ТЗ.131.

Что такое внутригрупповая дисперсия?

ТЗ.132.

Что такое межгрупповая дисперсия?

ТЗ.133.

Сформулируйте теорему сложения дисперсий.

ТЗ.134.

Что такое исправленная дисперсия?

ТЗ.135.

Какую оценку называют точечной?

ТЗ.136.

Какую оценку называют интервальной?

ТЗ.137.

Что называют надежностью оценки?

ТЗ.138.

Что такое доверительный интервал?

ТЗ.139.

Перечислите методы оценивания.

ТЗ.140.

Что такое мода?

ТЗ.141.

Что такое медиана?

ТЗ.142.

Что такое размах варьирования?

ТЗ.143.

Что такое коэффициент вариации?

Раздел 3 Основные понятия теории графов

Контрольные вопросы для устного опроса:
ТЗ.144.
Что такое граф?
ТЗ.145.
Что такое вершина графа?
ТЗ.146.
Что такое геометрическое представление графа?
ТЗ.147.
Что такое ребро графа?
ТЗ.148.
Какие виды графов известны?
ТЗ.149.
Какие вершины называются изолированными?
ТЗ.150.
Какие вершины называются висячими?
ТЗ.151.
Что такое маршрут графа?
ТЗ.152.
Что такое цепь?
ТЗ.153.
Какой граф называется связным?
ТЗ.154.
Какой граф называется ориентированным?
ТЗ.155.

Какие вершины называются смежными?
ТЗ.156.
Что такое степень вершины?
ТЗ.157.
Что такое цикл графа?
ТЗ.158.
Что такое контур графа?
ТЗ.159.
Какой маршрут называется открытым?
ТЗ.160.
Что такое петля графа?
ТЗ.161.
Какой граф называется псевдографом?
ТЗ.162.
Что такое сеть?
ТЗ.163.
Какой граф называется неориентированным?
ТЗ.164.
Расскажите о Гамильтоновых графах.
ТЗ.165.
Расскажите об Эйлеровых графах.
ТЗ.166.
Сформулируйте теоремы Эйлеровых графах.
ТЗ.167.
Какой граф называется взвешенным?
ТЗ.168.
Какой граф называется двудольным?
ТЗ.169.
Что такое матрица смежности графа?
ТЗ.170.
Что такое матрица инцидентности?
ТЗ.171.
Что такое граф- дерево?
ТЗ.172.
Приведите примеры типовых задач на графы.
ТЗ.173.
Расскажите метод раскраски Ершова.

б) Практические работы

Раздел 1

Практическая работа №1

Решение комбинаторных задач на вычисление вероятностей

ПЗУ.1. Вычислите значение выражения:

$7!-5!$ 2) $7!+5!$ 3) $\frac{7!+5!}{6!}$ 4) $\frac{6!-4!}{3!}$

ПЗУ.2. Упростите выражение:

$\frac{(n+1)!}{n!}$ 2) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ 3) $\frac{1}{(n+1)!}+\frac{1}{n!}$ 4) $\frac{(n+1)!}{n}$

ПЗУ.3. Упростите выражение:

$\frac{n!}{(n-2)!}$ 2) $\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$ 3) $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$ 4) $\frac{n!}{n(n+1)}$

ПЗУ.4. Вычислите значение выражения:

$\frac{P_6 - P_5}{P_4}$ 2) $\frac{P_{20}P_4}{P_{16}}$ 3) $\frac{P_{20}}{P_{16}P_4}$ 4) $\frac{P_{20}}{P_{16}+P_4}$

ПЗУ.5. Вычислите значение выражения:

A_{10}^3 2) A_7^4 3) A_{12}^5 4) A_{25}^2

ПЗУ.5. Вычислите значение выражения:

$\frac{A_{15}^3 + A_{15}^4}{A_{15}^5}$ 2) $\frac{A_8^3 + A_8^5}{A_8^4}$ 3) $\frac{A_8^3 + A_8^5}{A_8^4 - A_8^3}$ 4) $\frac{A_{13}^5}{A_{13}^4 - A_{13}^3}$

ПЗУ.6. Вычислите значение выражения:

C_{13}^5 2) C_8^3 3) C_{10}^8 4) C_5^2

ПЗУ.7. Вычислите значение выражения:

A_{13}^5 2) C_{10}^8 3) P_7 4) $3!$

ПЗУ.8. Найдите x:

$C_{x-2}^2 = 21$ 2) $C_x^2 = 153$ 3) $A_{x+3}^6 = 120$ 4) $A_x^2 = 12$

Практическая работа №2
Решение задач по теоремам сложения и умножения. Решение задач по формуле полной вероятности и Байеса

ПЗУ.11.

В первом ящике 5 зелёных шаров, а во втором 3 красных шара. Сколькими способами можно вытащить 1 зелёный и 1 красный шар?

ПЗУ.12.

Имеется 8 шаров: в первый ящик положили 5 шаров, а во второй 3 шара. Сколькими способами можно вытащить 1 шар?

ПЗУ.13.

В школьной столовой на первое можно заказать борщ, солянку, грибной суп, на второе - мясо с макаронами, рыбу с картошкой, курицу с рисом, а на третье - чай и компот. Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?

ПЗУ.14.

Свете на день рождения подарили 4 плюшевых игрушки, 2 мяча и 5 кукол. Мама положила все игрушки в большую коробку. Сколькими способами Света сможет достать из коробки 1 плюшевую игрушку, 1 мяч и 1 куклу?

Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 3, 6, 7, 9?

ПЗУ.15.

Саша, Петя, Денис, Оля, Настя часто ходят в кафе. Каждый раз, обедая там, они рассаживаются по-разному. Сколько дней друзья смогут это сделать без повторения?

ПЗУ.16.

Из учащихся пяти 11 классов нужно выбрать двоих дежурных. Сколько пар дежурных можно составить (ученики в паре не должны быть из одного класса)?
ПЗУ.17.
В соревнованиях по фигурному катанию принимали участие россияне, итальянцы, украинцы, немцы, китайцы и французы. Сколькими способами могут распределится места по окончании соревнований?
ПЗУ.18.
В Э-88 группе 6 человек (Галя, Света, Катя, Оля, Максим, Витя) учатся на все пятерки. Департамент образования премировал лучших учащихся путевками в Анапу. Но, к сожалению, путевок всего четыре. Сколько возможно вариантов выбора учеников на отдых?
ПЗУ.19.
Пете на день рождения подарили 7 новых дисков с играми, а Вале папа привез 9 дисков из командировки. Сколькими способами они могут обменять 4 любых диска одного на 4 диска другого?
ПЗУ.20.
Войсковое подразделение состоит из 5 офицеров, 8 сержантов и 70 рядовых. Сколькими способами можно выделить отряд из 2 офицеров, 4 сержантов и 15 рядовых?
ПЗУ.21.
В ювелирную мастерскую привезли 6 изумрудов, 9 алмазов и 7 сапфиров. Ювелиру заказали браслет, в котором 3 изумруда, 5 алмазов и 2 сапфиров. Сколькими способами он может выбрать камни на браслет?
ПЗУ.22.
На выборах победили 9 человек - Сафонов, Николаев, Петров, Кулаков, Мишин, Гусев, Володин, Афонин, Титов. Из них нужно выбрать председателя, заместителя и профорга. Сколькими способами это можно сделать?
ПЗУ.23.
В районе построили новую школу. Из пришедших 25 человек нужно выбрать директора школы, завуча начальной школы, завуча среднего звена и завуча по воспитательной работе. Сколькими способами это можно сделать?
ПЗУ.24.
В студенческом общежитии в одной комнате живут трое студентов Петя, Вася и Коля. У них есть 6 чашек, 8 блюдец и 10 чайных ложек (все принадлежности отличаются друг от друга). Сколькими способами ребята могут накрыть стол для чаепития (так, что каждый получит чашку, блюдце и ложку)?
ПЗУ.25.
В кабинете заведующего ювелирного магазина имеется код, состоящий из двух различных гласных букв русского алфавита, за которой следуют 3 различные цифры. Сколько вариантов придется перебрать мошеннику, чтобы раздобыть драгоценности, которые там хранятся?
ПЗУ.26.

Сколькими способами можно составить трехцветный флаг из полос разной ширины, если имеются материи из 8 тканей?

ПЗУ.27.

В 9 классе 15 предметов. Завучу школы нужно составить расписание на субботу, если в этот день 5 уроков. Сколько различных вариантов расписания можно составить, если все уроки различные?

ПЗУ.28.

В огороде у бабушки растут 3 белые, 2 алые и 4 чайных розы. Сколькими различными способами можно составить букет из трех роз разного цвета?

ПЗУ.29.

К 60-летию Победы группа школьников отправилась по местам боевых действий в Смоленской области. Они планировали осуществить поход по маршруту деревни Сосновка-Быковка- Масловка-Видово. Из С в Б можно проплыть по реке или пройти пешком, из Б в М- пешком или на автобусе, из М в В - по реке, пешком или автобусе. Сколько вариантов похода есть у школьников?

ПЗУ.30.

В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной

ПЗУ.31.

Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.

ПЗУ.32.

Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифры 5.

ПЗУ.33.

В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того что на вытянутых по одному и расположенных «одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».

ПЗУ.34.

На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, т, м, р, с, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вытянутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно будет прочесть слово «трос».

ПЗУ.35.

Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну; б)две; в) три.

ПЗУ.36.

Из тщательно перемешанного полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую наудачу извлеченную кость можно приставить к первой, если первая кость: а) оказалась дублем; б) не есть дубль.

ПЗУ.37.

В замке на общей оси пять дисков. Каждый диск разделен на шесть секторов, на которых написаны различные буквы. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть.

ПЗУ.38.

Восемь различных книг расставляют наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставлены рядом.

ПЗУ.39.

Библиотечка состоит из десяти различных книг, причем пять книг стоят по 4 рубля каждая, три книги – по одному рублю и две книги – по 3 рубля. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят 5 рублей.

Практическая работа №3
Вычисление вероятностей по формуле Бернулли и Муавра-Лапласа.
Вероятность отклонения относительной частоты от относительной вероятности

ПЗУ. 40

В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления нестандартных деталей?

ПЗУ.41.

При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

ПЗУ.42.

На отрезок OA длины L числовой оси Ox наудачу поставлена точка B(x).Найти вероятность того, что меньший из отрезков OB и BA имеет длину, меньшую, чем L/3. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

ПЗУ.43.

Внутрь круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата. Предполагается, что вероятность попадания точки в квадрат пропорциональна площади квадрата и не зависит от его расположения относительно круга.

ПЗУ.45.

В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?

ПЗУ.46.

Преподаватель предлагает каждому из трех студентов задумать любое число от 1 до 10. Считая, что выбор каждым из студентов любого числа из заданных равновозможен, найти вероятность того, что у кого-то из них задуманные числа совпадут.

ПЗУ.47.

Найти вероятность того, что в 8-значном числе ровно 4 цифры совпадают, а остальные различны.
ПЗУ.48.
Шесть клиентов случайным образом обращаются в 5 фирм. Найти вероятность того, что хотя бы в одну фирму никто не обратится.
ПЗУ.49.
Точку наудачу бросили на отрезок [0; 2]. Какова вероятность ее попадания в отрезок [0,5; 1,4]?
ПЗУ.50.
Два лица A и B условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами. Пришедший первым ждет другого в течении 20 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность встречи лиц A и B, если приход каждого из них может произойти наудачу в течении указанного часа и моменты прихода независимы?
ПЗУ.51.
В ящике 10 красных и 5 синих пуговиц. Вынимаются наудачу две пуговицы. Какова вероятность, что пуговицы будут одноцветными?
ПЗУ.52.
Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий, 42% – французский; английский и немецкий – 8%, английский и французский – 10%, немецкий и французский – 5%, все три языка – 3%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы: а) знает английский или немецкий; б) знает английский, немецкий или французский; в) не знает ни один из перечисленных языков.
ПЗУ.53.
В семье – двое детей. Какова вероятность, что старший ребенок – мальчик, если известно, что в семье есть дети обоего пола?
ПЗУ.54.
Мастер, имея 10 деталей, из которых 3 – нестандартных, проверяет детали одну за другой, пока ему не попадется стандартная. Какова вероятность, что он проверит ровно две детали?
ПЗУ.55.
В одном ящике 3 белых и 5 черных шаров, в другом ящике – 6 белых и 4 черных шара. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика вынуто по одному шару.
ПЗУ.56.
Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый опрашивает 6 студентов, второй — 3 студентов, а третий — 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовившимся различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго — только 10%, у третьего — 70%. Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен.

ПЗУ.57.

Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы А, В, С. На долю фирмы А приходится 50% общего объема поставок, В – 30% и С – 20%. Из практики известно, что среди поставляемых фирмой А деталей 10% бракованных, фирмой В – 5% и фирмой С – 6%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь окажется годной?

ПЗУ.58.

Игральная кость брошена 6 раз. Найти вероятность того, что ровно 3 раза выпадет «шестерка».

ПЗУ.59.

Монета бросается 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет не более, чем 2 раза.

ПЗУ.60.

Аудитор обнаруживает финансовые нарушения у проверяемой фирмы с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что среди 4 фирм-нарушителей будет выявлено больше половины.

ПЗУ.61.

Монета подбрасывается 3 раза. Найти наиболее вероятное число успехов (выпадений герба).

ПЗУ.62.

В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наивероятнейшее число заключенных договоров после 25 визитов.

ПЗУ.63.

Известно, что процент брака для некоторой детали равен 0,5%. Контролер проверяет 1000 деталей. Какова вероятность обнаружить ровно три бракованные детали? Какова вероятность обнаружить не меньше трех бракованных деталей?

ПЗУ.64.

Вероятность покупки при посещении клиентом магазина составляет р=0,75. Найти вероятность того, что при 100 посещениях клиент совершит покупку ровно 80 раз.

ПЗУ.65.

Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870.

ПЗУ.66.

Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число е, чтобы с вероятностью 0,99 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от его вероятности не превышала е.

ПЗУ.67.

Курс акции за день может подняться на 1 пункт с вероятностью 50%, опуститься на 1 пункт с вероятностью 30% и остаться неизменным с вероятностью 20%. Найти вероятность того, что за 5 дней торгов курс поднимется на 2 пункта.

ПЗУ.68.

Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадает в мишень, равна $p=0,9$. Стрелок произвел 3 выстрела. Найти вероятность того, что все 3 выстрела дали попадание.

ПЗУ.69.

Брошены монета и игральная кость. Найти вероятность совмещения событий: «появился «герб», «появилось 6 очков».

ПЗУ.70.

В двух ящиках находятся детали: в первом—10 (из них 3 стандартных), во втором—15 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

ПЗУ.71.

В студии телевидения 3 телевизионных камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна $p = 0,6$. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера (событие A).

ПЗУ.72.

Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей (событие A)?

ПЗУ.73.

Предприятие изготовляет 95% изделий стандартных, причем из них 86% — первого сорта. Найти вероятность того, что взятое наудачу изделие, изготовленное на этом предприятии, окажется первого сорта.

ПЗУ.74.

Монета бросается до тех пор, пока 2 раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятности следующих событий: а) опыт окончится до шестого бросания; б) потребуется четное число бросаний.

ПЗУ.75.

Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех — вторая цифра. Предполагается, что все 20 возможных исходов равновероятны. Найти вероятность того, что будет выбрана нечетная цифра: а) в первый раз; б) во второй раз; в) в оба раза.

ПЗУ.76.

Вероятность того, что при одном выстреле стрелок попадет в десятку, равна 0,6. Сколько выстрелов должен сделать стрелок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 он попал в десятку хотя бы один раз?

ПЗУ.77.

Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит номинальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.

ПЗУ.78.

Вероятность того, что событие А появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0,75. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же).

ПЗУ.79.

Три команды А1, А2,А3, спортивного общества А состязаются соответственно с тремя командами общества В. Вероятности того, что команды общества А выиграют матчи у команд общества В, таковы: при встрече А1 с В1 — 0,8; А2 с В2 — 0,4; А3 с В3 — 0,4. Для победы необходимо выиграть не менее двух матчей из трех (ничьи во внимание не принимаются). Победа какого из обществ вероятнее?

ПЗУ.80.

Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, а вторым стрелком— 0,6. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.

ПЗУ.81.

Из последовательности чисел 1, 2, ..., п наудачу одно за другим выбираются два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше целого положительного числа k, а другое больше k, где 1 < k < п.

Указание. Сделать допущения: а) первое число k; б) первое число > k, а второе < k.

ПЗУ.82.

Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие нестандартно, равна 0,1. Найти вероятность того, что: а) из трех проверенных изделий только одно окажется нестандартным; б) нестандартным окажется только четвертое по порядку проверенное изделие.

ПЗУ.83.

Два стрелка произвели по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,7, а вторым—0,5. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попал и мишень.

ПЗУ.84.

У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.

ПЗУ.85.

В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника—0,9, для велосипедиста—0,8. и для бегуна—0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

ПЗУ.86.

Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом № 1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом № 2. Вероятность того, что деталь завода № 1 стандартна, равна 0,8, а завода № 2 — 0,9, Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.

ПЗУ.87.

В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором—30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем — 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика—стандартная.

ПЗУ.88.

В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.ПЗУ.239.

ПЗУ.89.

В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 нестандартная; во втором 10 ламп, из них 1 нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из второго ящика лампа будет нестандартной.

ПЗУ.90.

Из полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую извлеченную наудачу кость можно приставить к первой.

ПЗУ.91.

Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность вытащить неизвестный билет будет для него наименьшей: когда он берет билет первым или последним?

ПЗУ.92.

В ящик, содержащий 3 одинаковых детали, брошена стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.

ПЗУ.93.

При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-11 срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-11, соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-11?

ПЗУ.94.

Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса 4, из второй — 6, из третьей группы — 5 студентов. Вероятности того, что студент первой, второй и третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7 и 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот студент?

ПЗУ.95.

Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96.

Предлагается упрощенная система проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, удовлетворяющих стандарту, а для изделий, которые не удовлетворяют стандарту,— с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие, признанное при проверке стандартным, действительно удовлетворяет стандарту.

ПЗУ.96.

В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включено 4 мотора; б) включены все моторы; в) выключены все моторы.ПЗУ.239.

ПЗУ.97.

Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,3.

ПЗУ.98.

Событие В появится в случае, если событие А появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие В, если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,4.

ПЗУ.99.

Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,1. Найти вероятность того, что событие А появится хотя бы 2 раза.

ПЗУ.100.

Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

ПЗУ.101.

Вероятность попадания в цель при одном выстреле из орудия p = 0,9. Вероятность поражения цели при к попаданиях (k 1) равна 1—qk .Найти вероятность того, что цель будет поражена, если сделано два выстрела.

Указание. Воспользоваться формулами Бернулли и полной вероятности.

ПЗУ.102.

Найти приближенно вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

ПЗУ.103.

Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень, будет поражена: а) не менее 70 и не более 80 раз; б) не более 70 раз.

ПЗУ.104.

Вероятность появления события в каждом из 10 000 независимых испытаний p = 0,75. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,001.

ПЗУ.105.

Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти, какое отклонение относительной частоты появления события от его вероятности можно ожидать с вероятностью 0,9128 при 5000 испытаниях.

ПЗУ.106.

Сколько раз надо бросить монету, чтобы с вероятностью 0,6 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты появлений герба от вероятности $p = 0,5$ окажется по абсолютной величине не более 0,01?

Практическая работа №3

Вычисление вероятностей простейших случаев.

ПЗУ.107.

Возможные значения случайной величины таковы: $x1 = 2$, $x2 = 5$, $x3 = 8$. Известны вероятности первых двух возможных значений: $p1=0,4$, $p2 = 0,15$. Найти вероятность x3.

ПЗУ.108.

Игральная кость брошена 3 раза. Написать закон распределения числа появлений шестерки.

ПЗУ.109.

Составить закон распределения вероятностей числа появлений события А в трех независимых испытаниях, если вероятность появления события в каждом испытании равна 0,6.

ПЗУ.110.

Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение 1 мин равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение 1 мин обрыв произойдет на пяти веретенах.

ПЗУ.111.

Найти среднее число опечаток на странице рукописи, если вероятность того, что страница рукописи содержит хотя бы одну опечатку, равна 0,95. Предполагается, что число опечаток распределено по закону Пуассона.

Указание. Задача сводится к отысканию параметра X из уравнения =0,05.

ПЗУ.112.

Коммутатор учреждения обслуживает 100 абонентов. Вероятность того, что в течение 1 мин абонент позвонит на коммутатор, равна 0,02. Какое из двух событий вероятнее: в течение 1 мин позвонят 3 абонента; позвонят 4 абонента?

ПЗУ.113.

Рукопись объемом в 1000 страниц машинописного текста содержит 1000 опечаток. Найти вероятность того, что наудачу взятая страница содержит: а) хотя бы одну опечатку; б) ровно 2 опечатки; и) не менее двух опечаток. Предполагается, что число опечаток распределено по закону Пуассона.

ПЗУ.114.

Среднее число вызовов, поступающих на АТС в 1 мин, равно 5. Найти вероятность того, что за 2 мин поступит: а) два вызова; б) менее двух вызовов; в) не менее двух вызовов.

Указание, е-10 = 0,000045.

ПЗУ.115.

Производится бросание игральной кости до первого выпадения шести очков. Найти вероятность того, что первое выпадение «шестерки» произойдет при втором бросании игральной кости.

ПЗУ.116.

В партии из 12 деталей имеется 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди 5 взятых наудачу деталей окажется 3 стандартных.

Практические работы №4, 5 (4 часа)

Составление законов распределения дискретной случайной величины.

Вычисление математического ожидания дисперсии, среднего квадратического отклонения

ПЗУ.117.

Найти математическое ожидание дискретной случайной величины, зная закон ее распределения:

X 6 3 1

p 0,2 0,3 0,5

ПЗУ.118.

Производится 4 выстрела с вероятностью попадания в цель p1= 0,6, p2 = 0,4, p3 = 0,5 и p4=0,7. Найти математическое ожидание общего числа попаданий.

ПЗУ.119.

Дискретные независимые случайные величины заданы законами распределения:

X 1 2 Y 0,5 1

p 0,2 0,8 p 0,3 0,7

Найти математическое ожидание произведения XY двумя способами: а) составив закон распределения XY; б) пользуясь свойством 3.

ПЗУ.120.

Дискретные случайные величины X и Y заданы законами распределения, указанными в задаче 3. Найти математическое ожидание суммы X+Y двумя способами: а) составив закон распределения X+Y; б) пользуясь свойством 4.

ПЗУ.121.

Вероятность отказа детали за время испытания на надежность равна 0,2. Найти математическое ожидание числа отказавших деталей, если испытанию будут подвергнуты 10 деталей.

ПЗУ.122.

Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при одном бросании двух игральных костей.

ПЗУ.123.

Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 20 билетов, причем вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3.

ПЗУ.124.

Известны дисперсии двух независимых случайных величин: D(X) = 4, D(Y)=3. Найти дисперсию суммы этих величин.

ПЗУ.125.

Дисперсия случайной величины X равна 5. Найти дисперсию следующих величин: а) X—1; б) —2X; в) 3X + 6.

ПЗУ.126.

Случайная величина X принимает только два значения: +C и —C, каждое с вероятностью 0,5. Найти дисперсию этой величины.

ПЗУ.127.

Найти дисперсию случайной величины, зная закон ее распределения

X 0,1 2 10 20

P 0,4 0,2 0,15 0,25

ПЗУ.128.

Случайная величина X может принимать два возможных значения: x1 с вероятностью 0,3 и x2 с вероятностью 0,7, причем x2 > x1. Найти x1 и x2, зная, что M(X) = 2,7 и D(X) =0,21

ПЗУ.129.

Найти дисперсию случайной величины X—числа появлений событий А в двух независимых испытаниях, если M (X) = 0,8.

Указание. Написать биномиальный закон распределения вероятностей числа появлений события А в двух независимых испытаниях.

ПЗУ.130.

Испытывается устройство, состоящее из четырех независимо работающих приборов. Вероятности отказа приборов таковы: p1 = 0,3; p2 = 0,4; p3 = 0,5; p4 = 0,6. Найти математическое ожидание и дисперсию числа отказавших приборов.

ПЗУ.131.

Найти дисперсию случайной величины X — числа появлений события в 100 независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность наступления события равна 0,7.

ПЗУ.132.

Дисперсия случайной величины D(X) = 6,25. Найти среднее квадратическое отклонение σ (X).

ПЗУ.133.

Случайная величина задана законом распределения

X 2 4 8

P 0,1 0,5 0,4

Найти среднее квадратическое отклонение этой величины.

ПЗУ.134.

Дисперсия каждой из 9 одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин равна 36. Найти дисперсию среднего арифметического этих величин.

ПЗУ.135.

Среднее квадратическое отклонение каждой из 16 одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин равно 10. Найти среднее квадратическое отклонение среднего арифметического этих величин.

Раздел 2

Практическая работа №6, 7 (4 часа)

ПЗУ.136.

Случайная величина *X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le -1,\\ x/3+1/3 \text{ при } -1<x\le 2,\\ 1 \text{ при } x>2.\end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания *X* примет значение, заключенное в интервале (0, 1).

ПЗУ.137.

Случайная величина *X* задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 2,\\ (x/2)-1 \text{ при } 2<x\le 4,\\ 1 \text{ при } x>4.\end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания *X* примет значение, заключенное в интервале (2, 3).

ПЗУ.138.

Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

ПЗУ.139.

Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le \pi/2,\\ a\cos x \text{ при } -\pi/2<x\le \pi/2,\\ 0 \text{ при } x>\pi/2.\end{cases}$$

Найти коэффициент *a*.

ПЗУ.140.

Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0,\\ (\sin x)/2 \text{ при } 0<x\le \pi,\\ 0 \text{ при } x>\pi.\end{cases}$$

Найти: а) функцию распределения; б) вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение, заключенное в интервале (0, $\pi/4$).

ПЗУ.141.

Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ x \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 1 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

Найти плотность распределения.

ПЗУ.142.

Случайная величина X задана функцией распределения

ПЗУ.143.

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, зная ее плотность распределения:

а) $f(x) = \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}$ при $-1 < x < 1$, $f(x) = 0$ при остальных значениях x;

б) $f(x)=1/2l$ при $a - l \le x \le a+l$, $f(x)=0$ при остальных значениях x.

ПЗУ.144.

Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 6 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале (4,8).

ПЗУ.145.

Случайная величина распределена нормально. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,4. Найти вероятность того, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания по абсолютной величине будет меньше 0,3.

ПЗУ.146.

Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ=1 мм и математическим ожиданием a = 0. Найти вероятность того, что из двух независимых наблюдений ошибка хотя бы одного из них не превзойдет по абсолютной величине 1,28 мм.

ПЗУ.147.

Валики, изготовляемые автоматом, считаются стандартными, если отклонение диаметра валика от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметра валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ = 1,6 мм и математическим ожиданием a = 0. Сколько процентов стандартных валиков изготовляет автомат?ПЗУ.239.

ПЗУ.148.

Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Найти дифференциальную функцию $g(y)$ случайной величины Y, если:

а) $Y = X+1$ $(-\infty < x < \infty)$; б) $Y = 2X$ $(-a < x < a)$.

ПЗУ.149. Независимые дискретные случайные величины заданы следующими законами распределения:

а) $Z = X+Y$; б) $Z = XY$.

ПЗУ.150.

Независимые случайные величины X и Y заданы плотностями распределений

$$f_1(x) = \frac{1}{3}e^{-x/3}(0 \le x < \infty);$$
$$f_2(x) = \frac{1}{5}e^{-y/5}(0 \le y < \infty).$$

Найти композицию этих законов, т. е. плотность распределения случайной величины $Z = X+Y$.

ПЗУ.151.

Дана выборка. Требуется:

1) Построить статистический ряд распределения частот и полигон частот;

2) Вариационный ряд;

3) Найти оценки математического ожидания и дисперсии;

4) Найти выборочные моду, медиану, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии.

10,20,20,5,15,20,5,10,20,5.

ПЗУ.152.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленную выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

10,5 11 11,5 12 12,5 13 13 5,2 18 40 25 6 5 4

ПЗУ.153.

Вычислите основные числовые характеристики для данной выборки:

11,15,12,0,16,19,6,11,12,13,16,8,9,14,5,11,3.

ПЗУ.154.

Вычислите основные числовые характеристики для данной выборки:

3,2;3,0;1,5;1,8;2,5;3,1;2,4;2,8;1,3

ПЗУ.155.

Построить график эмпирической функции распределения

x_i 5 7 10 15

n_i 2 3 8 7

ПЗУ.156.

Построить полигоны частот и относительных частот распределения

x_i 1 3 5 7 9

n_i 10 15 30 33 12

ПЗУ.157.

Построить гистограммы частот и относительных частот распределения (в первом столбце указан частичный интервал, во втором — сумма частот вариант частичного интервала)

2—5 9

5—8 10

8—11 25

11—14 6

ПЗУ.158.

Найти групповые средние совокупности, состоящей из двух групп:

первая группа . . . *X{* 0,1 0,4 0,6

ni 325

вторая группа . . . */ 0,1 0,3 0,4 *П{* 10 4 6

ПЗУ.159.

Найти общую среднюю по данным задачи 1 двумя способами: а) объединить обе группы в одну совокупность; б) использовать найденные в задаче 1 групповые средние.

ПЗУ.160.

Дано распределение статистической совокупности:

x_i 1 4 5

n_i 6 11 3

Убедиться, что сумма произведений отклонений на соответствующие частоты равна нулю.

ПЗУ.161.

Дано распределение статистической совокупности:

x_i 4 7 10 15

n_i 10 15 20 5

Найти дисперсию совокупности: _а) исходя из определения дисперсии; б) пользуясь

формулой $D = \overline{x}^2 — [\overline{x}^2]$.

ПЗУ.162.

Найти внутригрупповую, межгрупповую и общую дисперсии совокупности, состоящей из трех групп:

первая группа . . . *X{* 1 2 8

я/ 30 15 5

вторая группа ...*/..! 6

П{ 10 15

третья группа . . . */ 3 8

я,- 20 5

ПЗУ.163.

Найти внутригрупповую, межгрупповую и общую дисперсии совокупности, состоящей из двух групп:

первая группа . . . *X{* 2 7

П(64

вторая группа . . . х,- 2 7

л/28

ПЗУ.164.

Найти выборочную и исправленную дисперсии вариационного ряда, составленного по данным выборкам:

варианта ... 1 2 5 8 9

частота ... 3 4 6 4 3

ПЗУ.165.

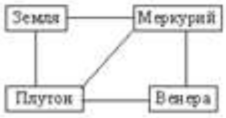
Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 точность оценки математического ожидания нормально распределенного признака по выборочной средней будет равна 0,2, если среднее квадратическое отклонение равно 2.

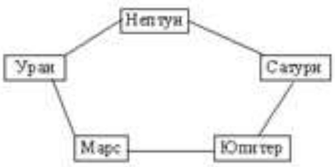
$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x=0,\\ (1-\cos x)/2 \text{ при } 0<x\le\pi,\\ 1 \text{ при } x>\pi.\end{cases}$$

Раздел 3

Практическая работа №8

1. Между девятью планетами солнечной системы установлено космическое сообщение. Рейсовые ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий; Плутон – Венера; Земля – Плутон; Плутон – Меркурий; Меркурий – Венера; Уран – Нептун; Нептун – Сатурн; Сатурн – Юпитер; Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли долететь на рейсовых ракетах с Земли до Марса?
Решение.
Нарисуем схему: планетами будут соответствовать точки, а соединяющим их маршрутам – не пересекающиеся между собой линии.





Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя.
Ответ. Нельзя.

2 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Решение.
Ни из какого города-цифры, не кратной 3, нельзя долететь в город-цифру, кратную 3.
Ответ. Нельзя.
3. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
Решение.
$100 \cdot 4 : 2 = 200$.
Ответ.200 дорог.
4. *Докажите, что в любом графе*
а) сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу рёбер (и следовательно, чётна);
б) число вершин нечётной степени чётно.
Решение
а) При сложении степеней вершин каждое ребро учитывается дважды: по разу для каждой из вершин, которые оно соединяет.
б) Сразу следует из а) и того очевидного факта, что сумма нечётного числа нечётных чисел нечётна.
5. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?
Решение.
В соответствующем графе было бы 30 вершин, 9 из которых имели бы степень 3, 11 – степень 4, 10 – степень 5. Однако у такого графа 19 нечётных вершин, что противоречит задаче (см. задачу **4)**
Ответ. Не может.

6. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы было 4 телефона, каждый из которых соединен с тремя другими, 8 телефонов, каждый из которых соединен с шестью, и 3 телефона, каждый из которых соединен с пятью другими?

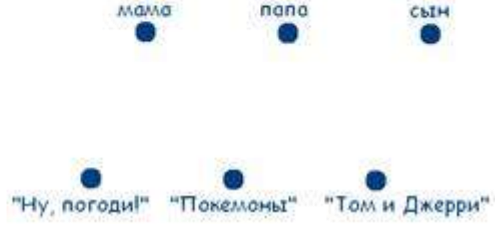
Решение.

В соответствующем графе было бы 7 нечётных вершин, что противоречит задаче (см. задачу **4)**

Ответ. Нельзя.

7. Жила-была одна дружная семья: мама, папа и сын. Они все любили делать вместе. Но вот мультфильмы любили разные: «Ну, погоди!», «Покемоны», «Том и Джерри». Определите, какой мультфильм любит каждый из них, если мама, папа и любитель мультфильма «Покемоны» никогда не унывают, а папа и любитель мультфильма «Том и Джерри» делают зарядку по утрам?

Решение.



Если точке из одной группы соответствует точка из другой группы, будем соединять эти точки сплошной линией, если не соответствует – то штриховой. Заметим, что по условию задачи у человека только один любимый мультфильм. Учитывая данные задачи, получаем следующую схему.

Практическая работа №9

ПЗУ.166.
Пусть орграф задан матрицей смежности. Постройте изображение этого графа, укажите степени вершин графа. По матрице смежности постройте матрицу инцидентности этого графа.

а)

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1		1			1	1
V_2	1		1		1	
V_3		1	2			
V_4				2		
V_5	1	1				1
V_6	1				1	

б)

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2				1		1
V_3	1				1	1
V_4	1	1			1	
V_5			1	1	2	
V_6		1	1			

в)

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2		2	1			1
V_3	1	1		1		
V_4	1		1		1	1
V_5				1		
V_6	1	1		1		

г)

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	2			1		
V_2			1			1
V_3		1		1	1	
V_4	1		1			1
V_5			1			1
V_6		1		1	1	

д)

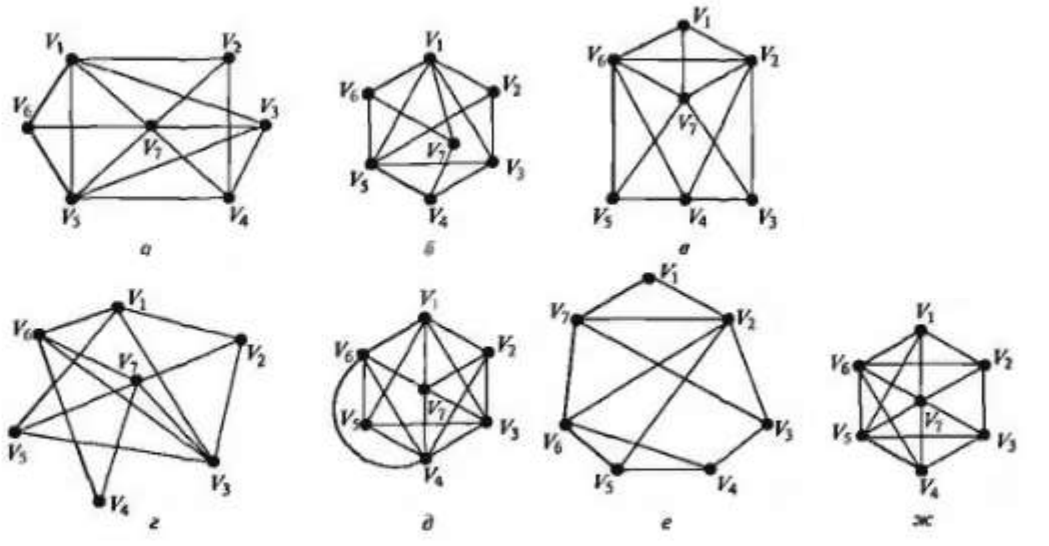
V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1					1	1
V_2		2				1
V_3				1		
V_4			1		1	1
V_5	1			1		
V_6	1	1		1		

е)

V	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1			1	1		
V_2					1	1
V_3	1			1		1
V_4	1		1		1	
V_5		1		1		
V_6		1	1			2

ПЗУ.167.

Граф G задан диаграммой.



А)Составьте для него матрицу смежности

Б) Постройте матрицу инцидентности

В) Укажите степени вершин графа

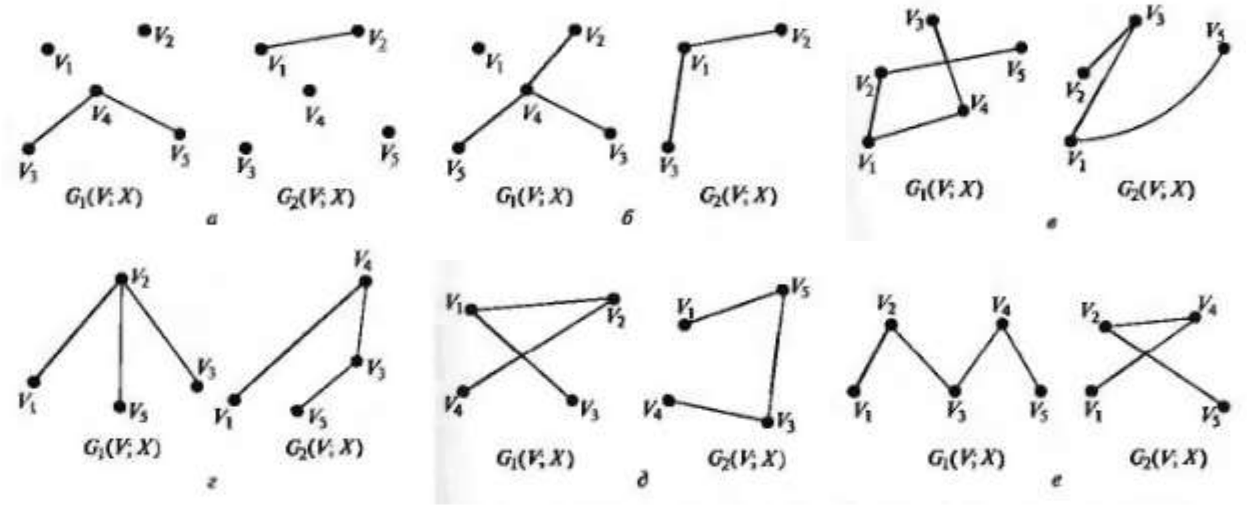
Г) Найдите длину пути из вершины V_2 в вершину V_5 , составьте маршруты длины 5, цепь и простую цепь, соединяющие вершину V_2 и вершину V_5

Д) постройте простой цикл содержащий вершину V_4

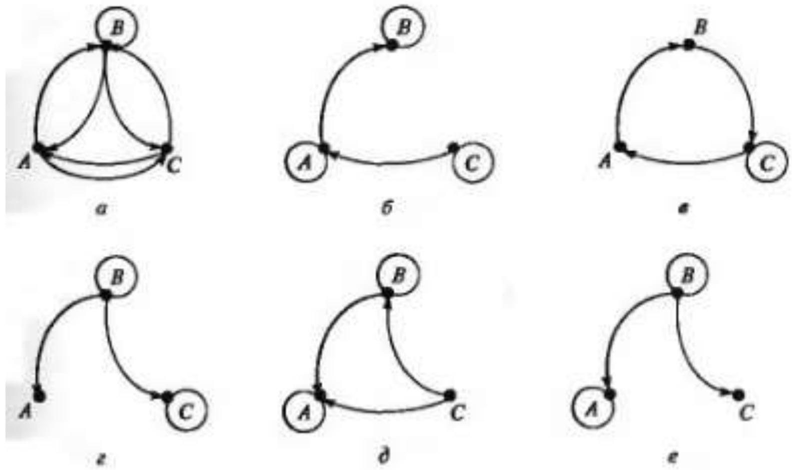
Е) найдите цикломатическое число графа G

Ж) Определите вид заданного графа

ПЗУ.168. Найдите объединение и пересечение графов



ПЗУ.169.
Постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности для отношений, заданных графом G.Найдите число степеней входа и выхода этого графа, дайте ему характеристику.



ПЗУ.170.
Орграф задан матрицей смежности. Постройте его рисунок (схему, диаграмму), определите степени вершин графа и найдите маршрут длины 5.

а) $G=\begin{bmatrix}0&1&1&0&0&1\\0&0&0&1&1&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\1&1&0&0&0&1\\1&1&0&0&1&0\end{bmatrix}$; б) $G=\begin{bmatrix}0&1&1&0&0&1\\1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\\1&0&0&0&0&1\\0&0&1&1&0&0\\0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}$;

в) $G=\begin{bmatrix}0&1&1&0&0&0\\0&0&1&1&0&0\\1&0&0&0&0&1\\1&1&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\\1&0&1&1&0&0\end{bmatrix}$; г) $G=\begin{bmatrix}0&1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&0&1&0&0\\0&1&1&0&0&0\\0&1&1&0&0&1\\1&1&0&0&0&0\end{bmatrix}$;

д) $G=\begin{bmatrix}0&0&1&1&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\1&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}$; е) $G=\begin{bmatrix}0&1&0&0&1&0\\0&0&1&1&0&1\\1&0&0&0&1&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&0\end{bmatrix}$.

Практические работы №10, 11(4 часа)

8. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро (такая вершина называется висячей).

Решение.

Рассмотрим произвольную вершину дерева и пойдем по любому выходящему из нее ребру в другую вершину. Если из новой вершины больше ребер не выходит, то мы остаёмся в ней, а в противном случае идём по любому другому ребру дальше. В этом путешествии мы никогда не сможем попасть в вершину, в которой уже побывали: это означало бы наличие цикла. Так как у графа конечное число вершин, то наше путешествие когда-нибудь закончится. Но закончиться оно может только в висячей вершине!

9. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.

Решение.

Предположим, что концы удалённого ребра в новом графе соединены простым путем. Тогда этот путь вместе с удалённым ребром образует в исходном графе цикл.

10. а) Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?

б) Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?

Решение.

а) Если бы это удалось, то проволока шла бы по рёбрам куба без наложения, то есть мы как бы нарисовали каркас куба, не отрывая карандаша от бумаги. Но это невозможно, так как у куба восемь нечётных вершин.

б) Поскольку нечётных вершин восемь, то таких кусков нужно не менее четырёх.

Четырёх кусков достаточно: например, в кубе ABCDA'B'C'D' проволоку по ломаной ABCDAA'B'C'D'A'. Оставшиеся три ребра BB', CC', DD' покроем тремя отдельными кусками проволоки.

Ответ

а) Нельзя; б) три раза.

11. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

Решение.

Общее число рёбер многогранника равно общему числу рёбер белых граней и общему числу рёбер чёрных граней. Одна из этих сумм (а значит, и вторая) кратна 3. Во второй все слагаемые, кроме одного, кратны 3. Значит, и это слагаемое кратно 3.

12. а) В группе из четырёх человек, говорящих на разных языках, любые трое могут общаться (возможно, один переводит двум другим).

Доказать, что их можно разбить на пары, в каждой из которых имеется общий язык.

б) То же для группы из 100 человек.

в) То же для группы из 102 человек.

Решение.

а) Рассмотрим граф с четырьмя вершинами A, B, C, D, соответствующими людям, и соединим ребрами людей, знающих общий язык. Условие означает, что каждая тройка вершин соединена хотя бы двумя рёбрами. А доказать нужно, что есть два ребра без общих вершин. Пусть это неверно.

Первый способ. Если в тройке (A, B, C) проведены рёбра AB и AC, то рёбер BD и CD нет. Но тогда в тройке (B, C, D) не больше одного ребра. Противоречие.

Второй способ. Всего есть 4 тройки. Каждое ребро входит в две тройки. Следовательно, рёбер не менее $4 \cdot 2 : 2 = 4$. С другой стороны, каждому ребру соответствует отсутствующее "противоположное" ребро. Следовательно, рёбер не более трёх. Противоречие.

в) Отделим двух человек, говорящих на одном языке, а остальных разобьём на четвёрки. Согласно а) каждую четвёрку можно разбить на две пары с общим языком.

13. В компании у каждых двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.

Подсказка

Выразите количество троек попарно знакомых людей через количество пар знакомых.

Решение

Обозначим через P количество пар знакомых людей (то есть число рёбер в соответствующем графе), а через T – количество треугольников в этом графе. По условию каждое из рёбер входит ровно в 5 треугольников. С другой стороны, в каждый из T треугольников содержит ровно 3 ребра. Следовательно, $5P = 3T$. Поскольку 3 и 5 – взаимно простые числа, P делится на 3.

14. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в (k+1)-м – те, кто были в k-м и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?

Решение.

Рассмотрим ориентированный граф, вершины которого – шахматисты, а стрелки ведут от выигравшего к проигравшему. Условие означает, что для каждого шахматиста есть другой, до которого можно добраться только по 11 стрелкам (это, в частности означает, что от каждого шахматиста можно добраться до любого другого). Рассмотрим такой путь: A1 выиграл у A2, A2 – у A3, ..., A11 – у A12. Заметим, что Ai $(1 < i < 12)$ не мог выиграть у A1 (иначе от A2 можно было бы добраться до каждого не более чем по 10 стрелкам). Но кто-то у A1 выиграл (иначе до A1 вообще нельзя было бы добраться), значит, это – A12. Как и выше, показываем, что в полученном цикле каждый мог выиграть только у следующего.

Следовательно, результативных партий всего 12, а ничьих – $12 \cdot 11 : 2 - 12 = 54$.

Ответ. 54 ничьих.

15. Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идет стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?

Решение

Проведём индукцию по произведению чисел на всех ребрах.

База: произведение равно единице. Это эквивалентно тому, что на каждой стрелке написано число 1. Тогда можно поставить и в каждой точке число 1.

Шаг индукции. Пусть произведение равно $n > 1$, и для всех меньших произведений утверждение уже доказано. Возьмём произвольный простой делитель n, обозначим его через p. Ясно, что p делит число на какой-то стрелке из точки A в точку B.

Докажем, что числа на всех стрелках, выходящих из A, делятся на p, или числа на всех стрелках, входящих в B, делятся на p. Пусть это не так. Тогда есть стрелка из A в C, число на которой не кратно p, и стрелка из D в B, число на которой не кратно p. Пройдём по замкнутому маршруту $A \to B \to D \to C \to A$. По условию, произведение чисел на стрелках AB и DC равно произведению чисел на стрелках DB и AC. Но первое из произведений кратно p, а вторoе – не кратно. Противоречие.

Пусть все числа на всех стрелках из A кратны p. Поделим их все на p. Заметим, что расстановка чисел на стрелках все еще удовлетворяет условию. Действительно, в каждом замкнутом маршруте, проходящем через A ровно k раз, произведение чисел на стрелках по направлению движения и произведение чисел на стрелках против направления движения уменьшились ровно в p^k раз. Так как произведение чисел на стрелках при этой операции уменьшилось, можно воспользоваться предположением индукции и должным образом расставить числа в точках. После этого увеличим число в точке A в p раз. Получившаяся расстановка чисел решает исходную задачу.

Случай, в котором числа на всех стрелках в B кратны p, разбирается аналогично.

Ответ. Обязательно.

16. В стране Мера расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Доказать, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.

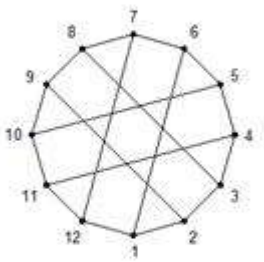
Решение

Все замки страны Мера связаны каким-то конечным числом дорог. Если рыцарь странствует по стране достаточно долго, то он проедет достаточно много дорог, поэтому хотя бы по одной дороге AB (A и B – замки) он проедет не менее пяти раз. При этом не менее трёх раз он проедет по этой дороге в одном и том же направлении (скажем, от A к B); поэтому, если из замка B, кроме BA, ведут еще две дороги BC и BD то рыцарь минимум дважды, – скажем, после i-го и после j-го посещения замка B, где $j > i$, – сворачивал, выезжая из B (куда он оба раза приезжал из A) в одну и ту же сторону, скажем, в сторону замка C. Но из условия тогда следует, что не только в i-е и в j-е посещение B рыцарь приехал в B из одного замка – из A, – но и в A он оба раза приезжал из одного и того же замка P (ведь если рыцарь после B свернул на дорогу BC, например, налево, то в A он должен был свернуть направо после посещения P). Аналогично этому устанавливается, что полностью совпадают пути рыцаря, предшествующие двум рассматриваемым посещениям замка B: в замок P он оба раза попал из одного и того же замка, и т. д. Но тогда, если рыцарь до i-го посещения B миновал, начиная с выезда из своего замка X, какое-то число k замков, то и за k замков до j-го посещения B он снова был в X, что и доказывает утверждение задачи.

17. Каждому городу в некоторой стране присвоен индивидуальный номер. Имеется список, в котором для каждой пары номеров указано, соединены города с данными номерами железной дорогой или нет. Оказалось, что, какие ни взять два номера M и N из списка, можно так перенумеровать города, что город с номером M получит номер N, но список по-прежнему будет верным. Верно ли, что, какие ни взять два номера M и N из списка, можно так перенумеровать города, что город с номером M получит номер N, город с номером N получит номер M, но список по-прежнему будет верным?

Решение.

Рассмотрим страну из 12 городов, соединённых дорогами так, как показано на рисунке.



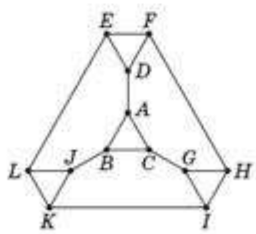
Заметим, что рисунок симметричен относительно каждого диаметра, проходящего через середины малых хорд окружности, на которой лежат все города. Этими симметриями мы можем поменять номерами любую пару соседних по кругу городов. А с помощью нескольких симметрий каждый номер можно перевести в любой другой, то есть условие выполнено. Предположим, что нам удалось поменять номерами города 1 и 3 с сохранением списка соседних городов. Тогда их единственный общий сосед 2 обязан сохранить свой номер. Оставшемуся соседу 9 города 2 тоже придётся сохранить номер. Но у городов 3 и 9 два общих соседа (2 и 8), а у 1 и 9 – только один. Противоречие.

Ответ. Неверно.

18. В королевстве некоторые пары городов соединены железной дорогой. У короля есть полный список, в котором поименно перечислены все такие пары (каждый город имеет свое собственное имя). Оказалось, что для любой упорядоченной пары городов принц может переименовать все города так, чтобы первый город оказался названным именем второго города, а король не заметил бы изменений. Верно ли, что для любой пары городов принц может переименовать все города так, чтобы первый город оказался названным именем второго города, второй город оказался названным именем первого города, а король не заметил бы изменений?

Решение

Пусть города королевства расположены и соединены железными дорогами так, как указано на рисунке. Тогда условие задачи выполнено. Действительно, можно представить, что на рисунке изображен многогранник с равными ребрами, который получается из правильного тетраэдра отсечением четырёх его вершин плоскостями. Тогда для любой упорядоченной пары его вершин можно совершить такое движение этого многогранника, при котором вторая вершина пары перейдет в первую ее вершину и все вершины многогранника поменяются местами. Соответствующее такому движению переименование городов останется не замеченным королем, так как каждые два города с новыми названиями будут соединены железной дорогой тогда и только тогда, когда такой дорогой были соединены города, прежде носившие эти имена



Рассмотрим такое переименование всех городов, при котором города B и D поменялись именами. Покажем, что в этом случае король заметит изменения. Действительно, если город A изменил свое название, то король заметит, что единственный город, который был соединен дорогой и с B, и с D, теперь называется иначе. Если же город A не изменил свое имя, то новый город C теперь не будет соединен и с городом A, и с новым городом B, ведь новый город B раньше был городом D, а городов, соединенных и с A, и с D, не было.

Ответ. Неверно.

19. Между зажимами A и B включено несколько сопротивлений. Каждое сопротивление имеет входной и выходной зажимы. Какое наименьшее число сопротивлений необходимо иметь и какова может быть схема их соединения, чтобы при порче любых девяти сопротивлений цепь оставалась соединяющей зажимы A и B, но не было короткого замыкания? (Порча сопротивления: короткое замыкание или обрыв.)

Решение.

Оценка. Рассмотрим граф, вершинами которого являются зажимы, а рёбрами – сопротивления. Заметим, что между вершинами A и B не может быть пути, состоящего менее чем из 9 рёбер (иначе при коротком замыкании всех рёбер этого пути у нас получалось бы короткое замыкание цепи). Кроме того, для любых 9 рёбер существует путь из A в B, не проходящий через эти рёбра. Следовательно, по теореме Менгера, существует не менее 10 попарно не пересекающихся (по рёбрам) путей из A в B. Так как в каждом из этих путей не менее 10 рёбер, то всего рёбер не менее 100.

Пример цепи со 100 сопротивлениями — это 10 попарно непересекающихся путей длины 10 из вершины A в вершину B.

Ответ.100 сопротивлений.

20. В классе учится 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?

Решение.

Обозначим мальчиков M1, M2, ..., M15, а девочек – D1, D2, ..., D15 так, чтобы M1-D1, M2-D2, ..., M15-D15 было единственным разбиением на пары из условия задачи. Предположим, что каждый мальчик позвонил хотя бы двум девочкам. Нарисуем стрелку от каждой девочки Di к мальчику Mi, с которым она находится в паре, а от каждого мальчика Mi – к другой (отличной от Di) девочке, которой он звонил. Тогда от каждого ребёнка ведёт по стрелке. Если мы будем двигаться по стрелкам (начав от произвольной девочки), то рано или поздно мы попадём к девочке, которая уже встречалась в строящейся цепочке. Таким образом, в соответствующем графе есть цикл. Объединим в этом цикле каждого мальчика с девочкой, к которой от него ведет стрелка; остальные пары оставим без изменения. Мы получили другое разбиение на пары, что противоречит условию.

Следовательно, найдётся мальчик, который звонил ровно одной девочке. Если отбросить эту пару, число звонков уменьшится не больше, чем на 15 – максимальное возможное количество звонков этой девочке. После этого снова найдется мальчик, сделавший ровно один звонок одной из оставшихся девочек. Отбросив эту пару, уменьшим количество звонков не более, чем на 14, и т. д. Итого, было сделано не более $15 + 14 + ... + 2 + 1 = 120$ звонков.

Ровно 120 звонков получается, например, если каждой девочке Di звонили мальчики M1, M2, ..., Mi.

Ответ.120 звонков.

21. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

Решение.

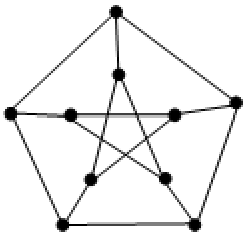
У данного человека среди остальных пяти есть либо не менее трёх знакомых, либо не менее трёх незнакомых ему. Разберём, например, первый случай. Среди этих трёх людей есть либо двое знакомых – тогда они вместе с выбранным нами исходно человеком образуют нужную тройку, либо они все трое попарно незнакомы.

Источники и прецеденты использования

22. Несколько Совершенно Секретных Объектов соединены подземной железной дорогой таким образом, что каждый Объект напрямую соединён не более чем с тремя другими, и от каждого Объекта можно добраться под землей до любого другого, сделав не более одной пересадки. Каково максимальное число Совершенно Секретных Объектов?

Решение.

Оценка. Из данного Объекта можно добраться за один "ход" до трёх Объектов, а с пересадкой – еще до $2 \cdot 3 = 6$ Объектов. Следовательно, объектов не больше 10.



Пример с 10 Объектами изображен на рисунке.

Ответ. 10.

23. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые каждого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.) Известно, что каждые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

Решение.

Заметим, что если у человека есть знакомые, сидящие рядом друг с другом (в частности, если он знаком со своим соседом), то этот человек знаком со всеми. Докажем, что такой гость найдётся.

Пусть A и B – двое соседей. Если они не знакомы между собой, то их общий знакомый C знаком со всеми, так как его знакомые сидят без промежутков. В противном случае со всеми знаком человек A (по той же причине).

Итак, пусть X – гость, знакомый со всеми. Тогда его соседи тоже знакомы со всеми, так как они знакомы с X (являющимся для них соседом). Соседи этих соседей также знакомы со всеми, и так далее по кругу.

24. В классе больше 32, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?

Решение

Количество рёбер в соответствующем графе в три раза больше числа мальчиков и в 5 раз больше числа девочек. Следовательно, число девочек относится к числу мальчиков как $3 : 5$, а общее число учеников делится на 8. Но между 32 и 40 таких чисел нет.

Ответ. Такого класса не существует.

25. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки.

Решение.

Проведём 10 попарно пересекающихся (в различных точках) прямых. Пусть маршруты проходят по этим прямым, а остановками служат точки пересечения прямых. Любые девять маршрутов проходят через все остановки, поскольку через каждую остановку, лежащую на оставшейся прямой, проходит одна из девяти прямых, соответствующих этим маршрутам. Любые восемь маршрутов не проходят через остановку, которая является точкой пересечения двух остальных маршрутов.

Ответ. Можно.

в) Самостоятельная работа

Темы рефератов

“Применение теории вероятностей в различных сферах “

Доклады по разделу « Элементы математической статистики»

Доклад “Взвешенные графы”

3.2.2 Типовые задания для оценки знаний, умений (рубежный контроль)

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Под случайным событием, связанным с некоторым опытом, понимается всякое событие, которое при осуществлении этого опыта
а) не может произойти;
б) либо происходит, либо нет;
в) обязательно произойдет.
2. Если событие А происходит тогда и только тогда, когда происходит событие В, то их называют
а) равносильными;
б) совместными;
в) одновременными;
г) тождественными.
3. Если полная система состоит из 2-х несовместных событий, то такие события называются
а) противоположными;
б) несовместными;
в) невозможными;
г) равносильными.
4. Опыт с подбрасыванием игральной кости. Событие A_1 – появление четного числа очков. Событие A_2- появление 2-х очков. Событие $A_1 \cdot A_2$ состоит в том, что выпало
а) 2; б) 4; в) 6; г) 5.
5. Вероятность достоверного события равна
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.
6. Вероятность произведения двух зависимых событий А и В вычисляется по формуле
а) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$; б) $P(A \cdot B) = P(A)+P(B) - P(A) \cdot P(B)$;
в) $P(A \cdot B) = P(A)+P(B) + P(A) \cdot P(B)$; г) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(A \mid B)$.
7. Из 25 экзаменационных билетов, занумерованных числами от 1 до 25, студент наудачу извлекает 1. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он знает ответы на 23 билета?
а) $\frac{25}{23}$; б) $\frac{2}{23}$; в) $\frac{2}{25}$; г) $\frac{23}{25}$.
8. В коробке 10 шаров: 3 белых, 4 черных, 3 синих. Наудачу вытащили 1 шарик. Какова вероятность, что он будет либо белым, либо черным?
а) $\frac{3}{10}$; б) $\frac{4}{10}$; в) $\frac{10}{7}$; г) $\frac{7}{10}$.
9. Имеется 2 ящика. В первом 5 стандартных и 1 нестандартная деталь. Во втором 8 стандартных и 2 нестандартные детали. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Какова вероятность того, что вынутые детали окажутся стандартными?
а) $\frac{5}{24}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{10}{16}$; г) $\frac{3}{8}$.
10. Из слова «математика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что эта буква «а»?

а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{2}{10}$; в) $\frac{3}{10}$; г) $\frac{4}{10}$.

Вариант 2

1. Если событие происходит в данном опыте обязательно, то оно называется
а) совместным;
б) реальным;
в) достоверным;
г) невозможным.

2. Если появление одного из событий не исключает появление другого в одном и том же испытании, то такие события называются
а) совместными;
б) несовместными;
в) зависимыми;
г) независимыми.

3. Если наступление события В не оказывает ни какого влияния на вероятность наступления события А, и наоборот, наступление события А не оказывает ни какого влияния на вероятность наступления события В, то события А и В называются
а) несовместными;
б) независимыми;
в) невозможными;
г) зависимыми.

4. Суммой событий A_1 и A_2 называется событие, которое осуществляется в том случае, когда
а) происходит хотя бы одно из событий A_1 или A_2;
б) события A_1 и A_2 не происходят;
в) события A_1 и A_2 происходят одновременно.

5. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

6. Из слова «автоматика» выбирается наугад одна буква. Какова вероятность того, что это будет буква «а»?
а) $\frac{2}{9}$; б) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{10}{3}$; г) $\frac{2}{5}$.

7. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В вычисляется по формуле
а) $P(A+B) = P(A) + P(B)$; б) $P(A+B) = P(A \cdot B) - P(A) + P(B)$;
в) $P(A+B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$; г) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.

8. В первой коробке 2 белых и 5 черных шаров. Во второй коробке 2 белых и 3 черных шара. Из каждой коробки наудачу вынули по 1 шару. Какова вероятность, что оба шара окажутся черными?
а) $\frac{8}{13}$; б) $\frac{5}{7}$; в) $\frac{3}{7}$; г) $\frac{3}{5}$.

9. Магазин получил продукцию в 11 ящиках с трех складов: 4 с первого склада, 5 со второго склада, 2 с третьего склада. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик или с первого или со второго склада?
а) $\frac{4}{11}$; б) $\frac{5}{11}$; в) $\frac{9}{11}$; г) $\frac{2}{11}$.

10. Сумма вероятностей противоположных событий равна
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

Вариант 3

1. Если в данном опыте никакие два из событий не могут произойти одновременно, то такие события называются

а) несовместными;
б) невозможными;
в) равносильными;
г) совместными.

2. Совокупность несовместных событий таких, что в результате опыта должно произойти хотя бы одно из них называются
а) неполной системой событий; б) полной системой событий;
в) целостной системой событий; г) не целостной системой событий.

3. Произведением событий A_1 и A_2 называется событие, которое осуществляется в том случае, когда
а) происходит событие A_1, событие A_2 не происходит;
б) происходит событие A_2, событие A_1 не происходит;
в) события A_1 и A_2 происходят одновременно.

4. В партии из 100 деталей 3 бракованных. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?
а) $\frac{97}{100}$; б) $\frac{3}{97}$; в) $\frac{3}{100}$; $\frac{100}{3}$.

5. Сумма вероятностей событий образующих полную систему равна
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

6. Вероятность невозможного события равна
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

7. Вероятность суммы двух несовместных событий А и В вычисляется по формуле
а) $P(A+B) = P(A) + P(B)$; б) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$;
в) $P(A+B) = P(A) + P(B) + P(A \cdot B)$; г) $P(A+B) = P(A \cdot B) - P(A) + P(B)$.

8. На полке в произвольном порядке расставлено 10 учебников. Из них 1 по математике, 2 по химии, 3 по биологии и 4 по географии. Студент произвольно взял 1 учебник. Какова вероятность того, что он будет либо по математике, либо по химии?
а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{10}{3}$; г) $\frac{3}{10}$.

9. Если наступление события В не оказывает ни какого влияния на вероятность наступления события А, и наоборот, наступление события А не оказывает ни какого влияния на вероятность наступления события В, то события А и В называются
а) несовместными;
б) независимыми;
в) невозможными;
г) зависимыми.

10. В двух коробках находятся карандаши одинаковой величины и формы. В первой коробке: 5 красных, 2 синих и 1 черный карандаш. Во второй коробке: 3 красных, 1 синий и 2 желтых. Наудачу извлекают по одному карандашу из каждой коробки. Какова вероятность того, что оба карандаша будут синими?
а) $\frac{2}{13}$; б) $\frac{1}{24}$; в) $\frac{3}{14}$; г) $\frac{1}{15}$.

Вариант 4

1. Если событие в данном опыте не может произойти, то оно называется
а) невозможным;
б) несовместным;
в) необязательным;
г) недостоверным.

2. Совокупность несовместных событий таких, что в результате опыта должно произойти хотя бы одно из них называются
а) неполной системой событий; б) полной системой событий;
в) целостной системой событий; г) не целостной системой событий.

3. Опыт с подбрасыванием игральной кости. Событие А выпадает число очков не большее 3. Событие В выпадает четное число очков. Событие А·В состоит в том, что выпала грань с номером

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

4. События, образующие полную систему попарно несовместных и равновероятных событий называются

а) элементарными;

б) несовместными;

в) невозможными;

г) достоверными.

5. Вероятность невозможного события равна

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

6. В магазин поступило 30 холодильников. 5 из них имеют заводской дефект. Случайным образом выбирается один холодильник. Какова вероятность, что он будет без дефекта?

а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{30}$.

7. Вероятность произведения двух независимых событий А и В вычисляется по формуле

а) P(A·B) = P(A)·P(B | A); б) P(A·B) = P(A) + P(B) – P(A)·P(B);

в) P(A·B) = P(A) + P(B) + P(A)·P(B); г) P(A·B) = P(A)·P(B).

8. В классе 20 человек. Из них 5 отличников, 9 хорошистов, 3 имеют тройки и 3 имеют двойки. Какова вероятность того, что выбранный случайно ученик либо хорошист, либо отличник?

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{9}{20}$; в) $\frac{7}{10}$; г) $\frac{3}{10}$.

9. В первой коробке 2 белых и 3 черных шара. Во второй коробке 4 белых и 5 черных шаров. Наудачу извлекают из каждой коробке по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{4}{45}$; в) $\frac{8}{45}$; г) $\frac{4}{9}$.

10. Вероятность достоверного события равна

а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

ответы

	Варианты									
задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	**б**	**а**	**а**	**а**	**б**	**г**	**г**	**г**	**б**	**в**
2	**в**	**а**	**б**	**а**	**а**	**б**	**г**	**в**	**в**	**б**

Контрольная работа №2

1 вариант.

1. Случайная величина распределена по закону

x	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

2. Построить статистическую функцию распределения 10 измерений.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xi	20	42	50	10	40	50	70	70	40	30

3. Построить ряд распределения и вычислить математическое ожидание и дисперсию для числа попаданий при стрельбе по мишени до первого попадания, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2. Количество патронов равно трем.

2 вариант.

1. случайная величина распределена по закону

x	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

2. Построить статистическую функцию распределения 10 измерений.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xi	10	30	20	30	10	80	80	70	50	50

3. Построить ряд распределения и вычислить математическое ожидание и дисперсию для числа попаданий при стрельбе по мишени до первого попадания, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,5. Количество патронов равно трем.

3 вариант.

1. случайная величина распределена по закону

x	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

2. Построить статистическую функцию распределения 10 измерений.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xi	20	20	50	60	20	40	30	70	50	50

3. Построить ряд распределения и вычислить математическое ожидание и дисперсию для числа попаданий при стрельбе по мишени до первого попадания, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4. Количество патронов равно трем.

4 вариант.

1. случайная величина распределена по закону

x	1	2	3	4	5	6	7	8
p	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,05

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

2. Построить статистическую функцию распределения 10 измерений.

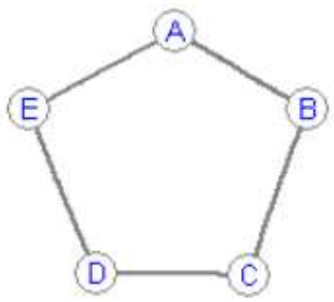
I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xi	30	10	10	20	20	60	70	80	50	50

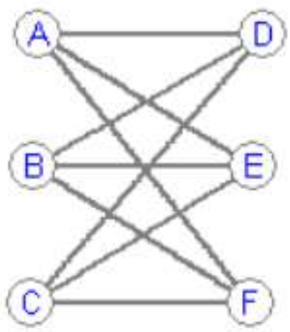
3.Построить ряд распределения и вычислить математическое ожидание и дисперсию для числа попаданий при стрельбе по мишени до первого попадания, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,3. Количество патронов равно трем.

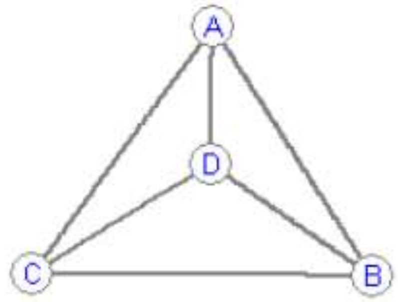
Контрольная работа №3

Вариант 1

Задание 1. Раскрасьте вершины графа в минимальное количество цветов так, чтобы смежные вершины получали бы разные цвета. Для каждого графа укажите минимальное количество используемых цветов.



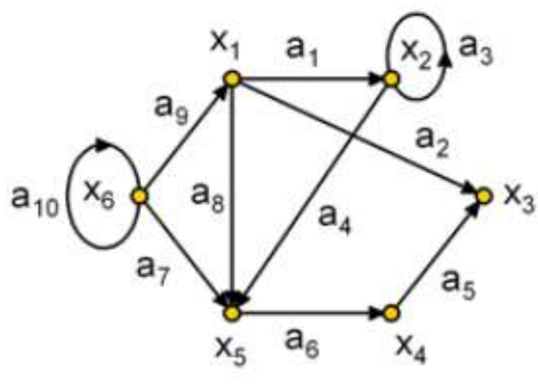




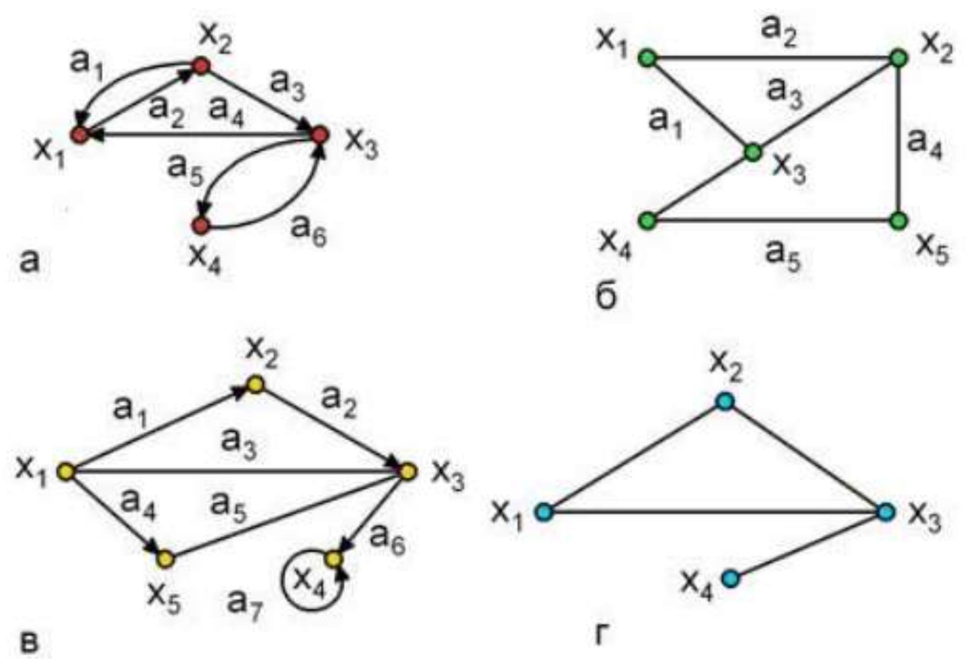
Задание 2. В стране Озёрная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причём от каждого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов? Нарисуйте получившийся граф.

Задание 3. Ориентированный граф G с множеством вершин V = {1, 2, 3, 4, 5, 6} задан списком дуг {(1, 6), (2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 2), (3, 6), (5, 1), (5, 6), (6, 4), (6, 5)}. Построить реализацию графа.

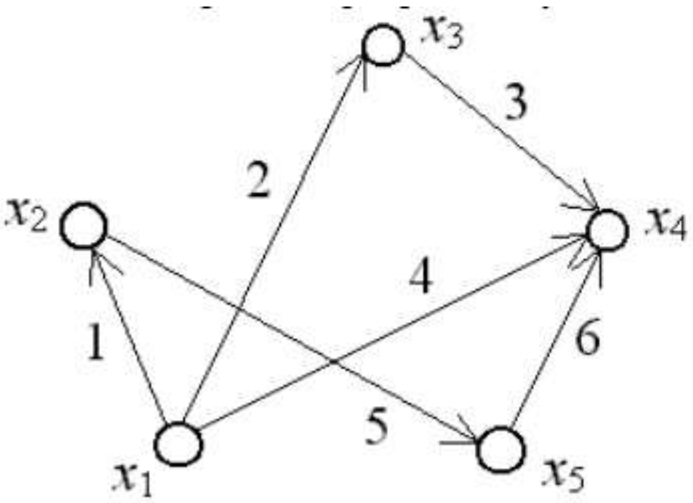
Задание 4. Опишите граф с помощью матрицы смежности. Постройте матрицу инцидентности.



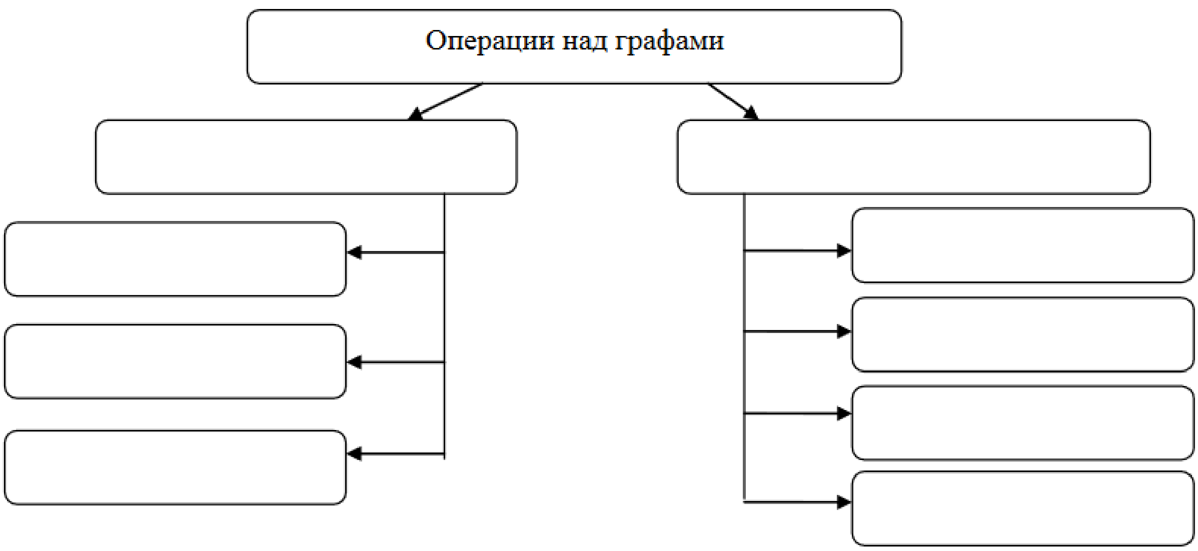
Задание 5. Подпишите типы и виды графов, укажите на примере одного графа вершину, начальную вершину, конечную вершину, дугу, ребро, петлю.



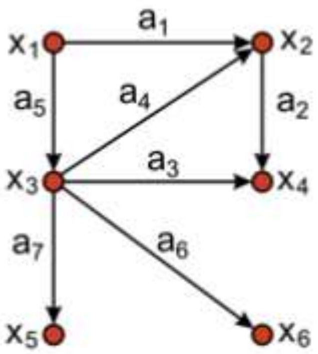
Задание 6. Дан граф. Укажите для него маршрут, путь, цикл. Для указанного маршрута обозначьте вершины, ребра, длину:

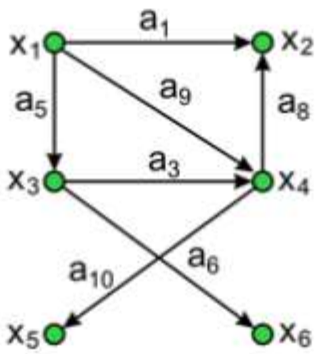


Задание 7.Заполните схему:

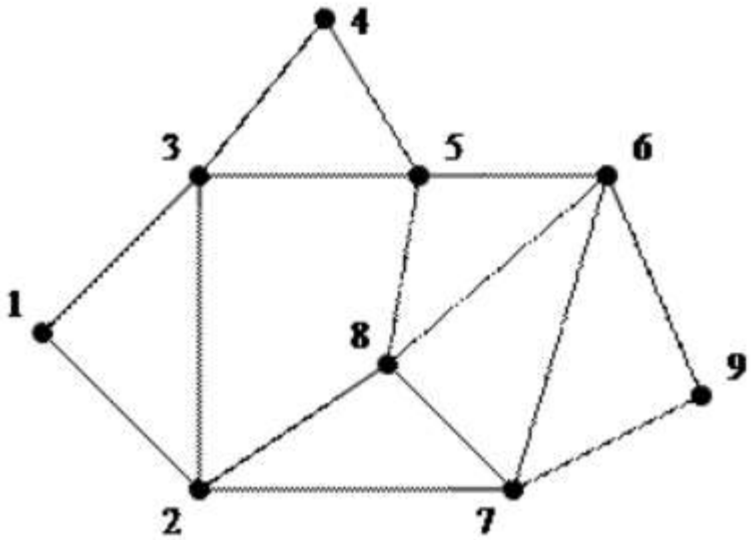


Задание 8. Выполните операцию объединения графов (нарисуйте результирующий граф):

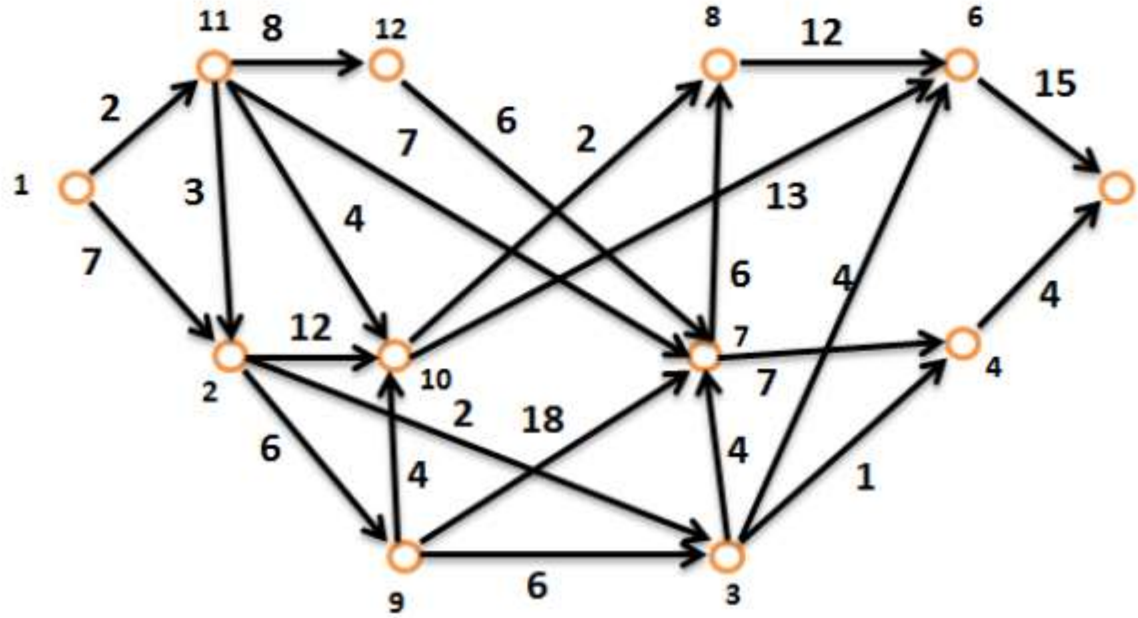




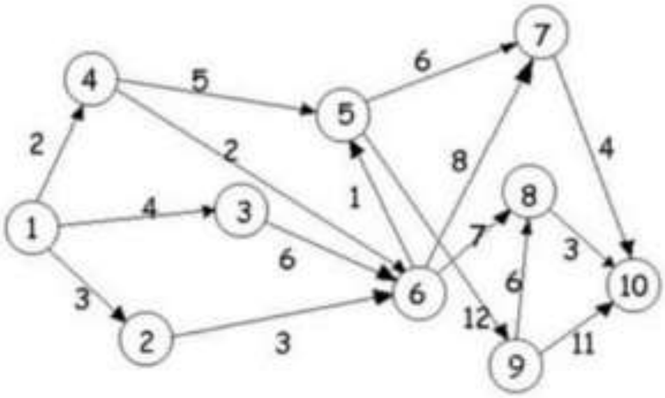
Задание 9. Найдите в данном графе эйлеров и гамильтонов цикл:



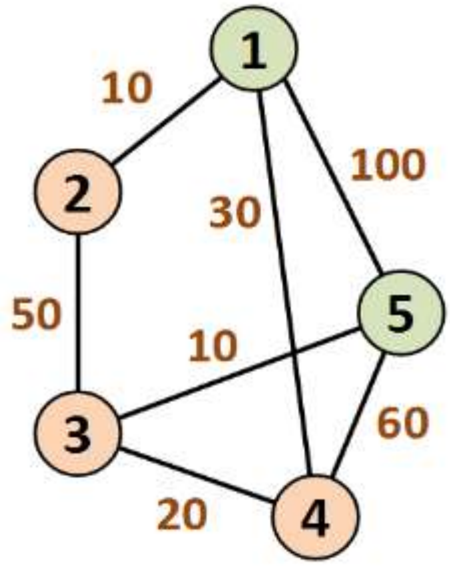
Задание 10. Найти все пути из 1 в 7 в графе G=(X,Г) изображенном на рисунке 1.



Задание 11. Найдите минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Краскала. Запишите алгоритм построения.



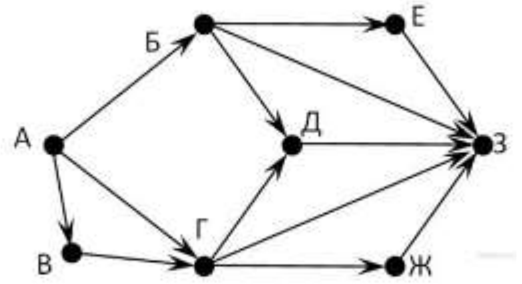
Задание 12. Дан граф. Найдите кратчайший путь из вершины 1 в вершину 5 используя алгоритм Дейкстры. Записать по шагам работу алгоритма.



Задание 13. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице. Постройте граф. Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и D. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Запишите название и работу по шагам используемого алгоритма.

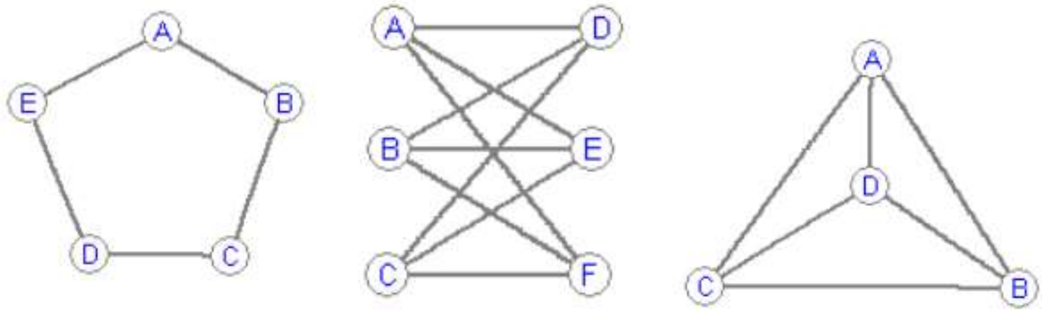
	A	B	C	D	E
A		6			3
B	6		2	5	1
C		2		2	
D		5	2		6
E	3	1		6	

Задание 14. На рисунке –схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



Вариант 2

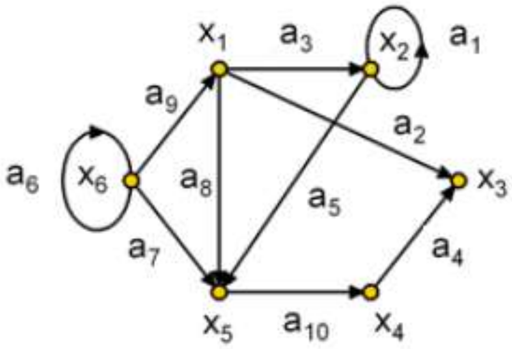
Задание 1. Раскрасьте ребра графа в минимальное количество цветов так, чтобы смежные ребра получали бы разные цвета. Для каждого графа укажите минимальное количество используемых цветов.



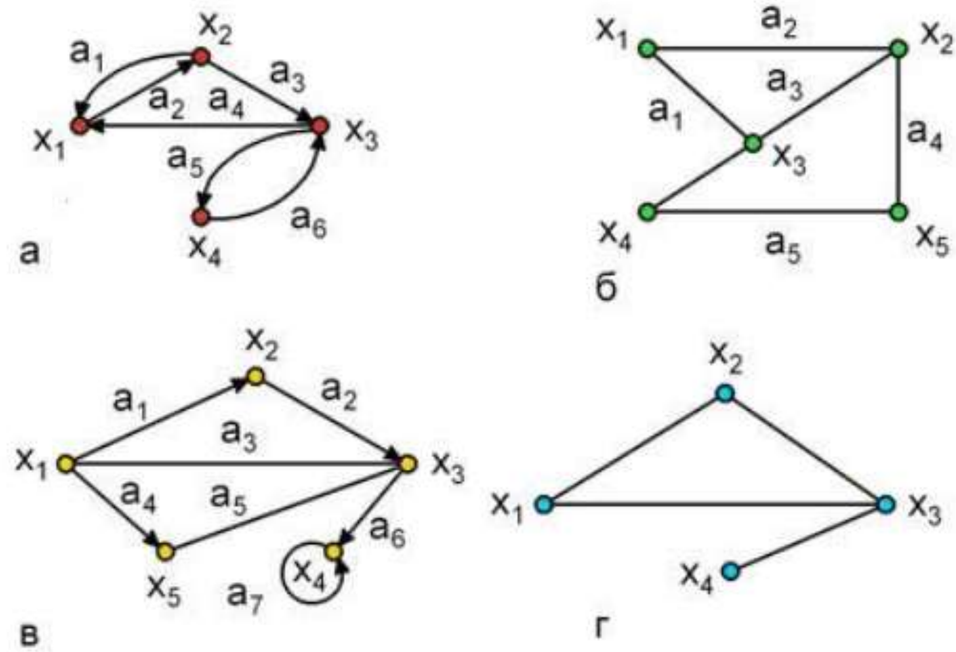
Задание 2. В стране Озёрная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причём от каждого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов? Нарисуйте получившийся граф.

Задание 3. Ориентированный граф G с множеством вершин V = {1, 2, 3, 4, 5, 6} задан списком дуг {(1, 6), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3), (3, 3), (3, 4), (3, 6), (5, 1), (5, 6), (5, 6), (5, 6), (6, 4), (6, 6)}. Построить реализацию графа.

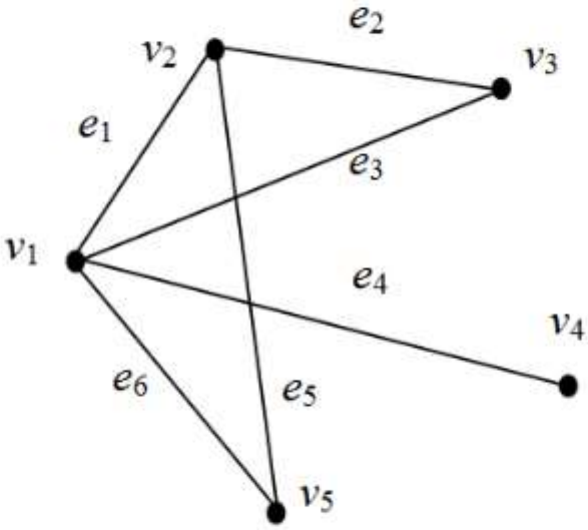
Задание 4. Опишите граф с помощью матрицы смежности. Постройте матрицу инцидентности.



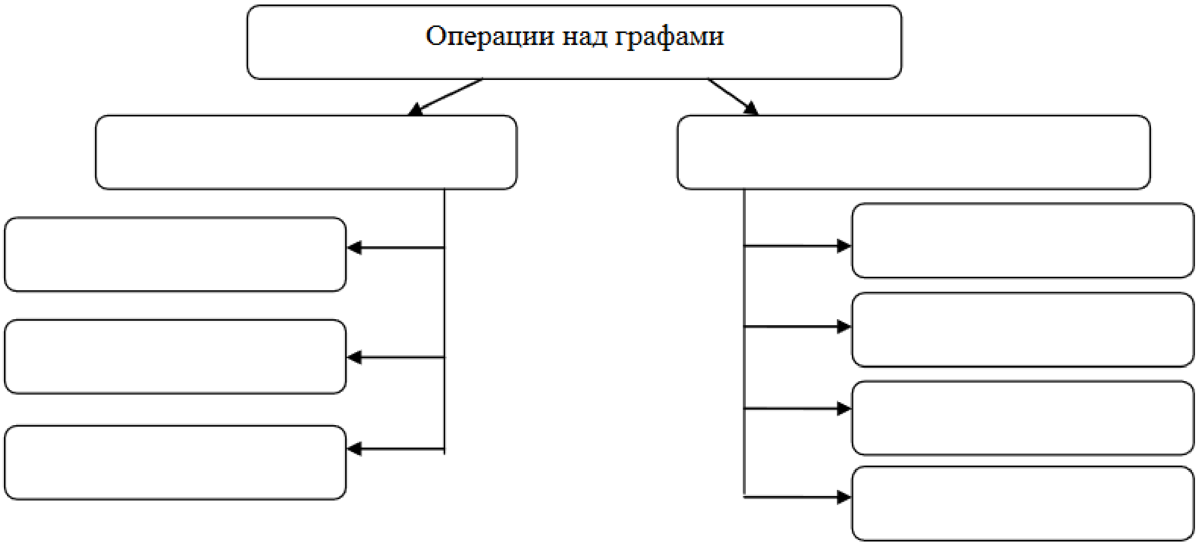
Задание 5. Подпишите типы и виды графов, укажите на примере одного графа вершину, начальную вершину, конечную вершину, дугу, ребро, петлю.



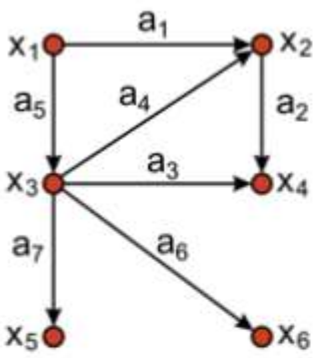
Задание 6. Дан граф. Укажите для него маршрут, путь, цикл. Для указанного маршрута обозначьте вершины, ребра, длину:

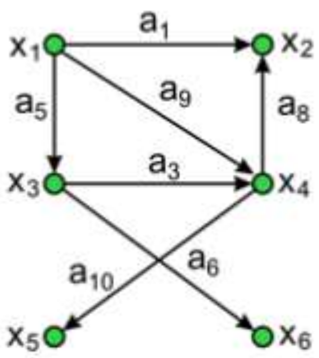


Задание 7.Заполните схему:

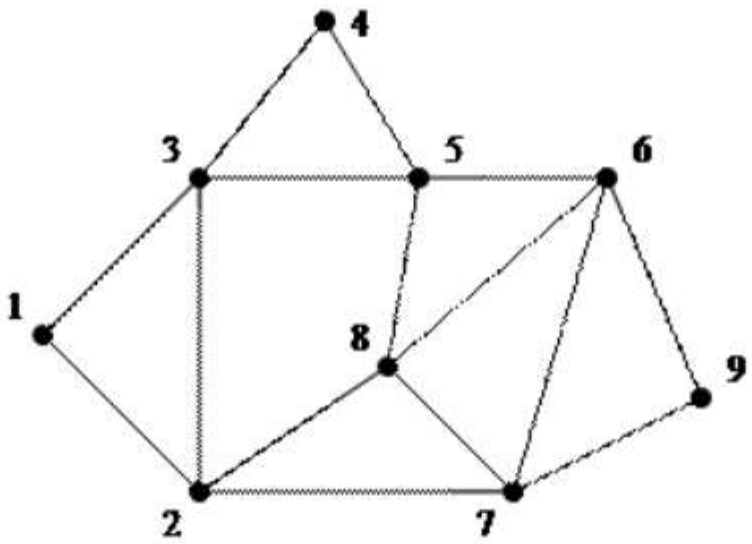


Задание 8. Выполните операцию объединения графов (нарисуйте результирующий граф):

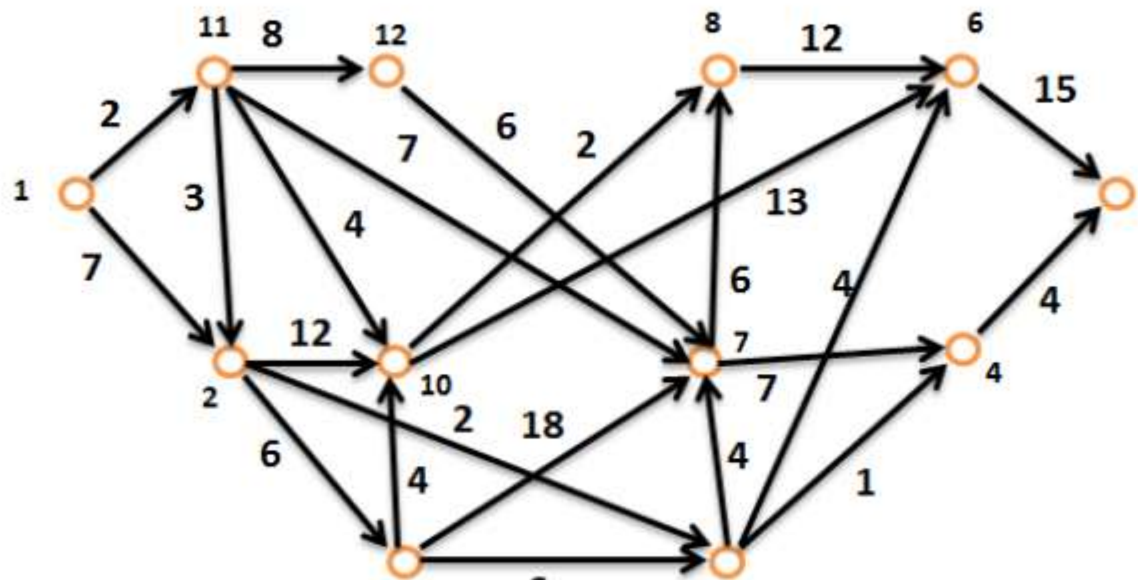




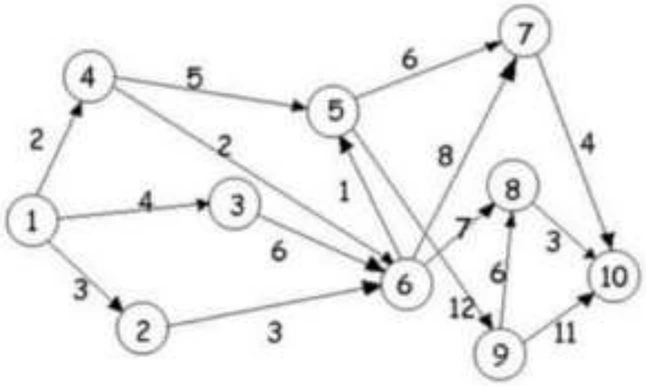
Задание 9. Найдите в данном графе эйлеров и гамильтонов цикл:



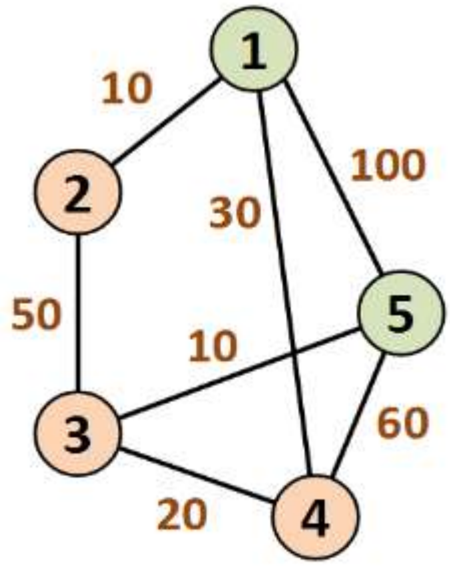
Задание 10. Найти все пути из 1 в 7 в графе G=(X,Г) изображенном на рисунке 1.



Задание 11. Найдите минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Краскала. Запишите алгоритм построения.



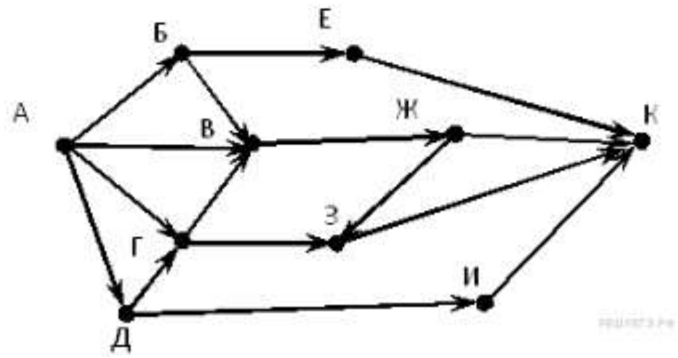
Задание 12. Дан граф. Найдите кратчайший путь из вершины 1 в вершину 5 используя алгоритм Дейкстры. Записать по шагам работу алгоритма.



Задание 13. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице. Постройте граф. Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и D. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Запишите название и работу по шагам используемого алгоритма.

	A	B	C	D	E
A		6			3
B	6		2	5	1
C		2		2	
D		5	2		6
E	3	1		6	

Задание 14. На рисунке—схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей изгорода А в город К?



3.2.3. Типовые задания для промежуточной аттестации

Контрольно-срезовая работа

Вариант 1

1. В игральной колоде 36 карт. Какова вероятность того, что взятая наугад карта окажется:

а) валетом;

б) бубновой.

2. Стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,05, в девятку – 0,1, в восьмерку – 0,2, в семерку – 0,4. Найти вероятность выбить с одного выстрела больше семи очков.

3. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 6 различных уроков?

4. Сколькими способами из 7 членов президиума собрания можно выбрать председателя, его заместителя и секретаря?

5. Решить уравнение:

$A_{x+1}^{2} = 20$

6. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине 0,55. Составить закон распределения С.В. Х – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 4 покупателя. Найти МО, дисперсию и СКО С. В. Х. Построить график распределения вероятностей.

Вариант 2

1. В игральной колоде 36 карт. Какова вероятность того, что взятая наугад карта окажется:

а) тузом;

б) пиковой.

2. Стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,05, в девятку – 0,1, в восьмерку – 0,2, в семерку – 0,4. Найти вероятность выбить с одного выстрела больше восьми очков.

3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5 (цифры в одном числе не должны повторяться)?

4. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков?

5. Решить уравнение:

$$C_x^{x-1} * (x-1) = 30$$

7. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине 0,6. Составить закон распределения С.В. Х – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 5

покупателей. Найти МО, дисперсию и СКО С. В. Х. Построить график распределения вероятностей.

Вариант 3

1. Найдите вероятность того, что наугад взятое двузначное число:
а) делится на 5;
б) содержит в записи цифру 0.

2. В процессе производства заготовка последовательно обрабатывается на 2 станках. Первый станок производит 97% качественной, а второй выдает 3% брака. Какова вероятность того, что деталь, полученная из заготовки, будет качественной?

3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 6,7,8,9,0 (цифры в одном числе не должны повторяться)?

4. Из 8 юношей и 6 девушек выбирают 3 пары для участия в танцевальном конкурсе. Сколькими способами можно сделать такой выбор?

5. Решить уравнение:

$$A_x^2 - C_x^{x-1} = 24$$

6. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине 0,45. Составить закон распределения С.В. Х – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 4 покупателя. Найти МО, дисперсию и СКО С. В. Х. Построить график распределения вероятностей.

4. Контрольно-оценочные материалы для итоговой аттестации по дисциплине “Теории вероятностей и математическая статистика”

4.1. Приложение с перечнем вопросов по учебной дисциплине

1. Перестановки, размещения, сочетания
2. Функция распределения, ее свойства
3. Условная вероятность
4. Генеральная и выборочная средние
5. Вероятность появления хотя бы одного события
6. Статическая проверка гипотез. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
7. Вероятность попадания случайной величины, имеющей нормальное распределение на заданный участок
8. Групповая и общая средние
9. Показательное распределение НСВ
10. Генеральная и выборочная дисперсии
11. Числовые характеристики ДСВ. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях
12. Разыгрывание полной группы событий
13. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины
14. Точность оценки, доверительная вероятность. Доверительный интервал
15. Центральная предельная теорема
16. Формула для вычисления дисперсии
17. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий
18. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном .

19. Биноминальное распределение дискретной случайной величины
20. Способы отбора
21. Числовые характеристики ДСВ. Дисперсия. Свойства дисперсии
22. Разыгрывание непрерывной случайной величины
23. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины
24. Статические оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки
25. Повторение испытаний. Формула Бернулли
26. Числовые характеристики НСВ
27. Гипергеометрическое распределение дискретной случайной величины
28. Другие характеристики вариационного ряда. Мода, медиана, размах варьирования. Среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации
29. Теорема сложения вероятностей для совместных событий
30. Генеральная и выборочная совокупности
31. Теорема умножения вероятностей
32. Числовые характеристики ДСВ. Среднее квадратичное отклонение
33. Теорема гипотез (формула Бейеса)
34. Теорема Муавра-Лапласа
35. Статистическая вероятность
36. Равномерное распределение НСВ
37. Геометрическая вероятность
38. Нормальное распределение НСВ
39. Числовые характеристики ДСВ. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях
40. Полигон и гистограмма
41. Повторение испытаний. Интегральная теорема Лапласа
42. Неравенство и теорема Чебышева
43. Дискретная случайная величина. Распределение Пуассона
44. Повторная и безповторная выборки. Репрезентативная выборка
45. Геометрическое распределение дискретной случайной величины
46. Статистическое распределение выборки
47. Формула для вычисления дисперсии (теорема)
48. Метод сумм для вычисления выборочных средней и дисперсии
49. Перестановки, размещения, сочетания
50. Функция распределения, ее свойства
51. Условная вероятность
52. Генеральная и выборочная средние
53. Вероятность появления хотя бы одного события
54. Статическая проверка гипотез. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона
55. Вероятность попадания случайной величины, имеющей нормальное распределение на заданный участок

56. Групповая и общая средние
57. Показательное распределение НСВ
58. Генеральная и выборочная дисперсии
59. Числовые характеристики ДСВ. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях
60. Разыгрывание полной группы событий
61. Виды и способы задания графов. Подграфы и части графов.
62. Операции над графами.
63. Понятие дерево, свойство деревьев.
64. Понятие остова, алгоритм выделения остова.
65. Матрица расстояний. Эксцентриситет, радиус, диаметр и центр графа.

4.2. Экзамен

Экзамен

БИЛЕТ №1

1-1. Основные формулы комбинаторики
2-1. Числовые характеристики ДСВ
3-1. Задача.
Дан ряд распределения.

x_i	0	1	2	3
p_i	0,6	0,2	0,1	0,1

Найти функцию распределения и построить её график.

БИЛЕТ №2

1-2. Классическое определение вероятности
2-2. Числовые характеристики НСВ
3-2. Задача.
Для данного интервального вариационного ряда построить гистограмму.

Интервал наблюдаемых значений	Частота n_i
26,9-27,4	2
27,4-27,9	0
27,9-28,4	7
28,4-28,9	18
28,9-29,4	14
29,4-29,9	8
29,9-30,4	1

БИЛЕТ №3

1-3. Геометрическое определение вероятности
2-3. Биномиальное распределение
3-3. Задача.
Дан дискретный вариационный ряд частот.

x_i	27,15	27,65	28,15	28,65	29,15	29,65	30,15

Частота n_i	2	0	7	18	14	8	1

Найти ряд относительных частот, построить полигон относительных частот.

БИЛЕТ №4

1-4. Теоремы сложения вероятностей несовместных событий
2-4. Распределение Пуассона
3-4. Задача.
Для данного вариационного ряда произвести расчет выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратического отклонения, моды, медианы, размаха вариации. Произвести расчет с применением электронных таблиц Excel.

x_i	27,15	27,65	28,15	28,65	29,15	29,65	30,15
Частота n_i	2	0	7	18	14	8	1

БИЛЕТ №5

1-5. Теоремы умножения вероятностей независимых событий
2-5. Нормальное распределение
3-5. Задача.
Набирая номер телефона, абонент забыл две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

БИЛЕТ №6

1-6. Теоремы умножения вероятностей зависимых событий
2-6. Показательное распределение
3-6. Задача.
В партии из 10 деталей 7 стандартных. Найти вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей окажется 4 стандартных.

БИЛЕТ №7

1-7. Противоположные события. Вероятности противоположных событий
2-7. Закон больших чисел. Теорема Чебышева
3-7. Задача.
Два действительных числа x и y выбирают наугад независимо друг от друга так, что $|x| \le 3, \; |y| \le 5$. Найти вероятность того, что эти числа окажутся неотрицательными.

БИЛЕТ №8

1-8. Теоремы сложения вероятностей совместных событий
2-8. Закон больших чисел. Теорема Бернулли
3-8. Задача.
Игральную кость подбрасывают 500 раз. Какова вероятность того, что шестерка при этом выпадет 50 раз?

БИЛЕТ №9

1-9. Формула полной вероятности
2-9. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения
3-9. Задача.
Случайно встреченное лицо с вероятностью 0,2 может оказаться брюнетом, с вероятностью 0,3 – блондином, с вероятностью 0,4 – шатеном и с вероятностью 0,1 – рыжим. Какова вероятность того, что среди пяти случайно встреченных лиц: а) не менее четырех блондинов; б) два блондина и три шатена; в) хотя бы один рыжий?

БИЛЕТ №10

1-10. Формулы Байеса
2-10. Полигон и гистограмма
3-10. Задача.
Пусть вероятность того, что покупателю необходимо купить обувь 41-го размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 400 покупателей не более 100 потребуют обувь этого размера.

БИЛЕТ №11

1-11. Формула Бернулли
2-11. Числовые характеристики выборки
3-11. Задача.
Имеется 10 одинаковых урн, в девяти из них находится по 2 черных и по 2 белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из урны, выбранной наудачу, извлечен белый шар. Найти вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров.

БИЛЕТ №12

1-12. Локальная теорема Лапласа
2-12. Моделирование случайных величин
3-12. Задача.
Разрыв электрической цепи происходит в том случае, когда выходит из строя хотя бы один из трех последовательно соединенных элементов. Элементы выходят из строя соответственно с вероятностями 0,3; 0,4; 0,6. Найти вероятность того, что: а) не будет разрыва в цепи; б) выйдет из строя ровно 2 элемента.

БИЛЕТ №13

1-10. Интегральная теорема Лапласа
2-10. Неориентированные графы
3-10. Задача.
Прибор состоит из трех узлов. Каждый из узлов может выйти из строя за время Т независимо от других с вероятностью 0,1. Составить ряд распределения числа узлов прибора, вышедших из строя за время Т. Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение рассматриваемой случайной величины.

БИЛЕТ №14

1-14. Дискретная случайная величина и её закон распределения
2-14. Ориентированные графы
3-14. Задача.
Телеграфное сообщение состоит из сигналов "точка" и "тире". Статистические свойства помех таковы, что искажаются, в среднем, 2/5 сообщений "точка" и 1/3 сообщений "тире". Известно, что среди передаваемых сигналов, "точка" и "тире" встречаются в отношении 5:3. Найти вероятность того, что передаваемый сигнал будет принят без искажения.

БИЛЕТ №15

1-15. Непрерывная случайная величина и её закон распределения
2-15. Эйлеровы графы
3-15. Задача.
Непрерывная случайная величина *X* задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ Ax^2 & \text{при } 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти коэффициент А, интегральную функцию F(x), математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, построить графики F(x) и f(x).

Лист согласования

Дополнения и изменения к комплекту КОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту КОС на _____________________ учебный год по дисциплине ____

В комплект КОС внесены следующие изменения:

____

____

____

____

____

Дополнения и изменения в комплекте КОС обсуждены на заседании ПЦК ____

«_____» _____________ 20_____г. (протокол № _______).

Председатель ПЦК ________________ /___________________/